

**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

---

---

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA  
MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**SECCIÓN DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

**METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS EN ESTADO  
ESTACIONARIO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS NO  
LINEALES**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN CIENCIAS  
CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRESENTA**

**EDGAR OMAR HERNÁNDEZ MARTÍNEZ**



MÉXICO D. F.

AGOSTO 2004



# INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

## ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 13:00 horas del día 04 del mes de Mayo del 2004 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

**"METODOLOGIA PARA EL ANALISIS EN ESTADO ESTACIONARIO DE SISTEMAS ELECTRICOS NO LINEALES"**

Presentada por el alumno:

**HERNANDEZ**

**MARTINEZ**

**EDGAR OMAR**

Apellido paterno

materno

nombre(s)

Con registro: 

0	1	1	0	8	5
---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

### LA COMISION REVISORA

Director de tesis

\_\_\_\_\_  
DR. J. AURELIO MEDINA RIOS

\_\_\_\_\_  
DR. DANIEL OLGUIN SALINAS

\_\_\_\_\_  
DR. JAIME ROBLES GARCIA

\_\_\_\_\_  
DR. DAVID SEBASTIAN BALTAZAR

\_\_\_\_\_  
DR. JAIME RODRIGUEZ RIVAS

\_\_\_\_\_  
DR. ENRIQUE JESUS REYES GARCIA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

\_\_\_\_\_  
SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION  
DR. FLORENCIO SANCHEZ SILVA





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 9 del mes agosto del año 2004, el que suscribe Edgar Omar Hernández Martínez alumno del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con número de registro 011085, adscrito a la Sección de Estudios de Postgrado e Investigación de la ESIME, Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. J. Aurelio Medina Ríos y cede los derechos del trabajo intitulado: Metodología para el análisis en estado estacionario de sistemas eléctricos no lineales, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: Calle Armando Vargas Caraza no. 31, col. Miguel Hidalgo, Cuernavaca, Morelos. México. C.P. 62040 ó eohm@iie.org.mx.

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Edgar Omar Hernández Martínez  
Nombre y firma

---

## **Esta tesis es dedicada a:**

### **Dios**

Por brindarme la gran oportunidad  
de vivir, sentir, conocer y aprender.

### **A mi esposa**

Por el invaluable apoyo incondicional  
y paciencia que me brindaste durante este tiempo.  
Tu has aportado la mitad de este trabajo  
lo cual agradezco de todo corazón.  
Te amo Yanin.

### **A mi hija**

Por su gran amor a la vida y  
por traer bendiciones a nuestra familia,  
gracias por haber nacido.  
Te amo Karime.

### **A mis padres**

Por sus enseñanzas de la vida y los buenos  
consejos que nunca me han faltado.  
Los amo mama Julia y papa José.

### **A mis hermanos**

Por que siempre he contado con su apoyo  
y comprensión. Los amo a los tres  
Gloria, Fred y Georgina.

A todas las personas que me brindaron  
su apoyo de manera incondicional.  
Gracias.

---

## **AGRADECIMIENTOS**

Al instituto Politécnico Nacional y a la sección de Estudios de posgrado e Investigación de la Escuela de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por su apoyo.

Al Dr. J. Aurelio Medina Ríos por brindarme su gran amistad, por su carácter humano, por su tiempo invertido, por sus consejos, sugerencias y asesoría para la realización de esta tesis.

Al Dr. Daniel Olguín Salinas por su gran amistad, apoyo, tiempo invertido y sugerencias para la realización de esta tesis.

Al Instituto de Investigaciones Eléctricas y en particular a la Gerencia de Uso de Energía Eléctrica por brindarme su apoyo durante mis estudios.

A los profesores de la SEPI-ESIME por su excelente nivel de conocimientos y enseñanza.

A mis 10 compañeros de grupo por brindarme su amistad y apoyo durante los estudios realizados.

A mis compañeros del IIE, quienes me brindaron su amistad, apoyo y consejos, durante el desarrollo de mis estudios y de esta tesis.

---

---

## RESUMEN

En esta tesis se describen y aplican dos técnicas tipo Newton desarrolladas en el dominio del tiempo para obtener en forma eficiente el *ciclo límite* y por lo tanto la solución en estado estacionario periódico de sistemas eléctricos no lineales. Estas técnicas se fundamentan en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* y se basan en los procedimientos de *Diferenciación Numérica* y *Aproximación Directa*.

Las técnicas Newton, se aplican a la solución de ecuaciones de estado de componentes individuales no lineales y variantes en el tiempo, tales como reactor controlado por tiristores, capacitor conmutado por tiristores, sistema estático de volts-ampere reactivos, hornos de arco eléctrico y reguladores de voltaje dinámicos. A estos últimos se aplican por primera vez las técnicas Newton para la rápida determinación de su estado estacionario periódico.

Las técnicas Newton, también se aplican en la obtención de la solución periódica en estado estacionario de las ecuaciones de estado de varias redes eléctricas de prueba, las cuales incorporan a los componentes no lineales y variantes en el tiempo mencionados anteriormente.

Los resultados obtenidos por las técnicas Newton en la solución de las ecuaciones de estado de los componentes individuales y de las redes eléctricas de prueba se comparan contra los resultados obtenidos por un método convencional Runge-Kutta de cuarto orden, en términos de eficiencia computacional y número de ciclos requeridos para obtener el estado estacionario periódico, observándose en todos los casos el potencial y ventajas asociadas con la aplicación de las técnicas Newton.

Se elaboraron dos programas computacionales en el lenguaje Fortran 90 aplicando un ambiente gráfico para ilustrar los resultados obtenidos en el dominio del tiempo. Estos programas aplican las técnicas Newton y los procedimientos de *Diferenciación Numérica* y *Aproximación Directa* para obtener el *ciclo límite* de sistemas eléctricos no lineales.

---

## ABSTRACT

In this thesis two techniques type Newton in the time domain are described and applied for obtaining the limit cycle and therefore the periodic steady state solution of nonlinear electric systems. These Newton techniques allow a fast convergence in the time domain of the state variables the *limit cycle*, yielding accelerated steady state system solutions. The methods are based on *Numerical Differentiation* (ND) and *Direct Approach* (DA) procedures.

The Newton techniques are applying in the solution of the state equation of nonlinear and time varying of individuals components such as thyristor controlled reactors, thyristor switched capacitors, static volts-amperes-reactives system, electric arc furnaces and dynamic voltage regulator. The Newton techniques are applied for the first time to the later components for a fast computation of their periodic steady state solution.

The application of the Newton techniques is later extended to the solution of electric networks containing a combination of these mentioned nonlinear components.

The results obtained for the Newton techniques in the solution of the state equations of individuals components and the electric networks are compared against the steady state solution obtained with conventional fourth-order Runge Kutta method, in terms of number of cycles of time and computational efficiency required to obtain the periodic steady state solution. In all cases, the potential and advantages associated with the application of the Newton techniques are demonstrated.

Two computer programs are developed in Fortran 90 applying a graphical environment to illustrate the results in the time domain. These programs apply the Newton techniques and the *Numerical Differentiation* and *Direct Approach* procedures to obtain the *limit cycle* of nonlinear electrical networks.

---

# ÍNDICE

	Página
RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
ÍNDICE	iii
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABLAS	xi
NOMENCLATURA	xii

## **CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN**

1.1 Introducción	1
1.2 Justificación	2
1.3 Objetivo de la tesis	3
1.4 Aportaciones	3
1.5 Estado del arte	4
1.5.1 Dominio de la frecuencia	4
1.5.2 Dominio del tiempo	5
1.5.3 Dominio híbrido	7
1.6 Estructura de la tesis	8

## **CAPÍTULO 2 METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS EN ESTADO ESTACIONARIO EN EL DOMINIO DEL TIEMPO**

2.1 Introducción	11
2.2 Método de Fuerza Bruta	11
2.2.1 Características de los métodos de fuerza bruta	12
2.2.2 Métodos Convencionales de Integración Numérica	12
2.2.2.1 Runge-Kutta de Cuarto Orden	13
2.2.2.2 Regla Trapezoidal	13
2.2.2.3 Euler Modificado	13
2.3 Determinación Rápida de la Solución en Estado Estacionario	14

---

2.3.1	Características de los métodos Newton	15
2.3.2	Formulación de las Técnicas Newton para la Aceleración de la Convergencia a Ciclos Límite	15
2.3.2.1	Aceleración de la Convergencia	16
2.3.3	Determinación de la Matriz de Identificación $\Phi$	19
2.3.3.1	Diferenciación Numérica	19
2.3.3.2	Aproximación Directa	21
2.3.3.3	Matriz Exponencial	22

### **CAPÍTULO 3 MODELOS DE COMPONENTES NO LINEALES Y VARIANTES EN EL TIEMPO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS**

3.1	Introducción	24
3.2	Reactores Controlados por Tiristores (TCRs)	25
3.2.1	Análisis de resultados del Reactor Controlado por Tiristores (TCR)	28
3.3	Capacitores Conmutados por Tiristores (TSCs)	30
3.3.1	Análisis de resultados del Capacitor Conmutado por Tiristores (TSC)	32
3.4	Sistema Estático de VARs (SVS)	34
3.4.1	Análisis de resultados del Sistema Estático de VARs (SVS)	38
3.5	Regulador de Voltaje Dinámico (DVR)	39
3.5.1	Análisis de resultados del Regulador de Voltaje Dinámico (DVR)	44
3.6	Hornos de Arco Eléctrico	46

### **CAPÍTULO 4 SOLUCION UNIFICADA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS**

4.1	Introducción	48
4.2	Metodología de solución	49
4.2.1	Formulación Analítica en el Espacio de Estado	51
4.3	Red eléctrica de prueba 1	58
4.3.1	Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros iguales	59
4.3.2	Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros desiguales	61
4.4	Red eléctrica de prueba 2	63
4.4.1	Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros iguales	63
4.4.2	Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros desiguales	65

---

4.5 Red eléctrica de prueba 3	68
4.5.1 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 3	69
4.6 Red eléctrica de prueba 4	71
4.6.1 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros iguales	71
4.6.2 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros desiguales	74
4.7 Red eléctrica de prueba 5	77
4.7.1 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros iguales	77
4.7.2 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros desiguales	80

## **CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES GENERALES Y SUGERENCIAS PARA INVESTIGACIONES FUTURAS**

5.1 Introducción	83
5.2 Conclusiones Generales	83
5.3 Trabajos de Investigación Futuros	85

## **REFERENCIAS 87**

## **APÉNDICE A SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARA CASOS DE PRUEBA**

A.1 Sistema de ecuaciones diferenciales de Red eléctrica de prueba 1	91
A.2 Sistema de ecuaciones diferenciales de la Red eléctrica de prueba 2	92
A.3 Sistema de ecuaciones diferenciales de la Red eléctrica de prueba 3	93
A.4 Sistema de ecuaciones diferenciales de las Red eléctrica de prueba 4	94
A.5 Sistema de ecuaciones diferenciales de la Red eléctrica de prueba 5	96

## **APÉNDICE B DESCRIPCIÓN Y APLICACIÓN DEL PROGRAMA DIGITAL**

B.1 Funciones de los programas FB, DN y AD	98
B.2 Consideraciones para correr diferentes sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias en los programas FB, DN y AD	100
B.3 Listado del programa de Diferenciación Numérica	102
B.4 Listado del programa de Aproximación Directa	109

---

**APÉNDICE C INCORPORACIÓN DE FUNCIÓN  $s(t)$  EN DISPOSITIVOS DE CONMUTACIÓN**

C.1 Simulación de los dispositivos TCR y TSC	116
C.2 Simulación del dispositivo DVR	117

**APÉNDICE D MÉTODOS CONVENCIONALES DE INTEGRACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS**

D.1 Diagrama de flujo del procedimiento del método Runge-Kutta de Cuarto Orden	118
D.2 Diagrama de flujo del procedimiento del método de la regla trapezoidal	119
D.3 Diagrama de flujo del procedimiento del método de Euler modificado	120

---

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1</b>	Sistema visto desde nodos de carga	7
<b>Figura 2.1</b>	Orbita del vector de estado $x$	14
<b>Figura 2.2</b>	Cálculo de $x_n$ y $x_{n+1}$	15
<b>Figura 2.3</b>	Proceso de solución para obtener el estado estacionario periódico aplicando Técnicas Newton	18
<b>Figura 2.4</b>	Proceso de Diferenciación Numérica	20
<b>Figura 2.5</b>	Proceso de Aproximación Directa	21
<b>Figura 3.1</b>	Circuito monofásico de un reactor controlado por tiristores ( <i>TCR</i> )	25
<b>Figura 3.2</b>	Corriente del reactor controlado por tiristores cuando (a) $\alpha = 90^\circ$ , (b) $\alpha = 120^\circ$ y (c) $\alpha = 135^\circ$	26
<b>Figura 3.3</b>	Variable de estado $i$ vs tiempo y espectro armónico para (a) $\alpha = 90^\circ$ , (b) $\alpha = 130^\circ$ y (c) $\alpha = 150^\circ$	29
<b>Figura 3.4</b>	Circuito monofásico de un Capacitor Conmutado por Tiristores ( <i>TSC</i> )	30
<b>Figura 3.5</b>	Formas de onda de voltaje y corriente de un Capacitor Conmutado por Tiristores (caso ideal)	31
<b>Figura 3.6</b>	Voltajes, corrientes y espectros armónicos del <i>TSC</i>	33
<b>Figura 3.7</b>	Característica V/I de un compensador ideal	34
<b>Figura 3.8</b>	Característica compuesta de un <i>SVS</i>	35
<b>Figura 3.9</b>	Corriente de <i>TCR-FC</i> en respuesta a variaciones en el ángulo de disparo	35
<b>Figura 3.10</b>	Solución gráfica de puntos de operación del <i>SVS</i> para diferentes condiciones del sistema	35
<b>Figura 3.11</b>	Uso de capacitores conmutados para extender el rango de control continuo	36
<b>Figura 3.12</b>	Diagrama de red monofásico de un <i>SVS</i> compuesto por un <i>TCR</i> y un <i>TSC</i>	36
<b>Figura 3.13</b>	Comportamiento en el tiempo de un <i>SVS</i> compuesto por un <i>TCR</i> y un <i>TSC</i>	39
<b>Figura 3.14</b>	Esquema típico de un regulador de voltaje dinámico ( <i>DVR</i> )	40
<b>Figura 3.15</b>	Circuito equivalente del <i>DVR</i> con filtro <i>LC</i>	41
<b>Figura 3.16</b>	Diagrama fasorial describiendo al <i>DVR</i> cuando se presenta una depresión	43
<b>Figura 3.17</b>	Corriente a través del filtro	45
<b>Figura 3.18</b>	Voltaje del <i>DVR</i>	45
<b>Figura 3.19</b>	Pulsos del inversor del <i>DVR</i> vs tiempo	45
<b>Figura 3.20</b>	Característica $v-i$ del periodo de fundición del horno de arco	47

---

<b>Figura 3.21</b>	Forma de onda del <i>voltaje vs tiempo</i> del horno de arco eléctrico	47
<b>Figura 4.1</b>	Circuito eléctrico utilizado para la formulación analítica en el espacio de estado	51
<b>Figura 4.2</b>	Árbol obtenido del circuito de la Figura 4.1	52
<b>Figura 4.3</b>	Red eléctrica de prueba 1	58
<b>Figura 4.4</b>	Comportamiento de la corriente a través de <i>R1 vs tiempo</i> y su espectro armónico	60
<b>Figura 4.5</b>	Comportamiento del voltaje en las terminales de <i>C1 vs tiempo</i> y su espectro armónico	60
<b>Figura 4.6</b>	Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de la corriente en <i>R1 vs fuente</i>	60
<b>Figura 4.7</b>	Comportamiento de la corriente a través de <i>R2 vs tiempo</i> y su espectro armónico	62
<b>Figura 4.8</b>	Comportamiento del voltaje en las terminales de <i>C1 vs tiempo</i> y su espectro armónico	62
<b>Figura 4.9</b>	Convergencia al ciclo límite del voltaje en <i>C1 vs voltaje</i> de la fuente	62
<b>Figura 4.10</b>	Red eléctrica de prueba 2	63
<b>Figura 4.11</b>	Comportamiento de la corriente a través de <i>R1 vs tiempo</i>	64
<b>Figura 4.12</b>	Comportamiento del voltaje en las terminales del <i>TSC vs tiempo</i>	64
<b>Figura 4.13</b>	Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de la corriente <i>R1 vs fuente</i>	64
<b>Figura 4.14</b>	Comportamiento de la corriente a través de <i>R1 vs tiempo</i> y su espectro armónico	66
<b>Figura 4.15</b>	Comportamiento del voltaje en las terminales del <i>TSC vs tiempo</i> y su espectro armónico	66
<b>Figura 4.16</b>	Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de voltaje en las terminales del <i>TSC vs voltaje</i> de la fuente: a) Método FB; b) Métodos Newton	66
<b>Figura 4.17</b>	Voltaje en terminales del <i>TSC vs tiempo</i>	67
<b>Figura 4.18</b>	Red eléctrica de prueba 3	68
<b>Figura 4.19</b>	Comportamiento de la modulación del ancho de <i>pulso vs tiempo</i>	69
<b>Figura 4.20</b>	Comportamiento de la corriente a través de <i>R1 vs tiempo</i> y su espectro armónico	70
<b>Figura 4.21</b>	Comportamiento del voltaje del <i>DVR vs tiempo</i> y su espectro armónico	70
<b>Figura 4.22</b>	Característica de la <i>corriente del horno vs voltaje</i> del arco	70
<b>Figura 4.23</b>	Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de voltaje del <i>DVR vs fuente</i>	70
<b>Figura 4.24</b>	Red eléctrica de prueba 4	71
<b>Figura 4.25</b>	Comportamiento de la corriente a través de <i>R2 vs tiempo</i> y su espectro armónico	73
<b>Figura 4.26</b>	Comportamiento del voltaje en terminales del <i>TSC vs tiempo</i> con ángulo de conmutación de tiristores de $120^0$ y su espectro armónico	73

---

---

<b>Figura 4.27</b>	Comportamiento del voltaje en las terminales de $C1$ vs tiempo y su espectro armónico	73
<b>Figura 4.28</b>	Comportamiento de la corriente a través de $L8$ vs tiempo y su espectro armónico	74
<b>Figura 4.29</b>	Convergencia al ciclo límite de la fuente ( $v_{s1}$ ) vs corriente que circula a través del TCR (L8)	74
<b>Figura 4.30</b>	Convergencia al ciclo límite de la fuente 1 ( $v_{s2}$ ) vs corriente a través del TCR (L8) en tres dimensiones	74
<b>Figura 4.31</b>	Comportamiento del voltaje en las terminales de $C3$ vs tiempo y su espectro armónico	75
<b>Figura 4.32</b>	Comportamiento del voltaje en las terminales de $C1$ vs tiempo y su espectro armónico	76
<b>Figura 4.33</b>	Comportamiento de la corriente a través del TCR (L8) vs tiempo y su espectro armónico	76
<b>Figura 4.34</b>	Convergencia al ciclo límite de la fuente 1 ( $v_{s1}$ ) vs corriente que circula a través del TCR (L8) en tres dimensiones	76
<b>Figura 4.35</b>	Característica de la corriente del horno 2 vs voltaje del arco	76
<b>Figura 4.36</b>	Red eléctrica de prueba 5	77
<b>Figura 4.37</b>	Comportamiento de la corriente a través de $R6$ vs tiempo y su espectro armónico	78
<b>Figura 4.38</b>	Comportamiento del voltaje en terminales de $C1$ vs tiempo y su espectro armónico	79
<b>Figura 4.39</b>	Comportamiento del voltaje en terminales de TSC ( $C3$ ) vs tiempo y su espectro armónico	79
<b>Figura 4.40</b>	Comportamiento del voltaje en DVR vs tiempo y su espectro armónico	79
<b>Figura 4.41</b>	Convergencia al ciclo límite con parámetros iguales de la fuente 1 vs voltaje en DVR en tres dimensiones	80
<b>Figura 4.42</b>	Convergencia al ciclo límite de la fuente 1 vs voltaje en DVR con parámetros iguales	80
<b>Figura 4.43</b>	Comportamiento de la corriente del horno 2 vs voltaje del horno 2	80
<b>Figura 4.44</b>	Comportamiento de la corriente en $R6$ vs tiempo y su espectro armónico	81
<b>Figura 4.45</b>	Comportamiento del voltaje en TSC ( $C3$ ) vs tiempo y su espectro armónico	82
<b>Figura 4.46</b>	Comportamiento del voltaje en DVR vs tiempo y su espectro armónico	82
<b>Figura 4.47</b>	Convergencia al ciclo límite de la fuente de voltaje 1 vs corriente a través de $r6$ con parámetros desiguales a) Método FB; b) Métodos Newton	82
<b>Figura A.1</b>	Árbol de la red eléctrica de prueba 1	91

---

---

<b>Figura A.2</b>	Árbol de la red eléctrica de prueba 2	92
<b>Figura A.3</b>	Árbol de la red eléctrica de prueba 4	95
<b>Figura A.4</b>	Árbol de la red eléctrica de prueba 5	97
<b>Figura B.1</b>	Proceso de solución para obtener el estado estacionario periódico aplicando Técnicas DN ó AD	99
<b>Figura B.2</b>	Resultados gráficos del programa de diferenciación numérica	108
<b>Figura B.3</b>	Resultados gráficos del programa de aproximación directa	115
<b>Figura C.1</b>	Simulación del tiristor	116
<b>Figura C.2</b>	Diagrama de flujo de la función de conmutación	116
<b>Figura C.3</b>	Simulación en el tiempo de la operación de los tiristores bidireccionales	116
<b>Figura C.4</b>	Generación de la señal de excitación	117
<b>Figura C.5</b>	Modulación del ancho del pulso	117
<b>Figura D.1</b>	Método de Runge Kutta de Cuarto Orden	118
<b>Figura D.2</b>	Método de Regla Trapezoidal	119
<b>Figura D.3</b>	Método de Euler modificado	120

---

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 3.1</b>	Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del TCR	28
<b>Tabla 3.2</b>	Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del TSC	32
<b>Tabla 3.3</b>	Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del SVS	38
<b>Tabla 3.4</b>	Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del DVR	44
<b>Tabla 4.1</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros iguales	59
<b>Tabla 4.2</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros desiguales	61
<b>Tabla 4.3</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros iguales	64
<b>Tabla 4.4</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros desiguales	65
<b>Tabla 4.5</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 3	69
<b>Tabla 4.6</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros iguales	72
<b>Tabla 4.7</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros desiguales	75
<b>Tabla 4.8</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros iguales	78
<b>Tabla 4.9</b>	Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros desiguales	81
<b>Tabla A.1</b>	Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 1 en p.u.	91
<b>Tabla A.2</b>	Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 1 en p.u.	91
<b>Tabla A.3</b>	Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 2 en p.u.	92
<b>Tabla A.4</b>	Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 2 en p.u.	92
<b>Tabla A.5</b>	Parámetros utilizados en la red eléctrica de prueba 3 en p.u.	93
<b>Tabla A.6</b>	Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 4 en p.u.	95
<b>Tabla A.7</b>	Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 4 en p.u.	95
<b>Tabla A.8</b>	Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 5 en p.u.	97
<b>Tabla A.9</b>	Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 5 en p.u.	97

---

## NOMENCLATURA

A	Amperes
$X_L$	Reactancia inductiva
$X_C$	Reactancia capacitiva
R	Resistencia
L	Inductancia
C	Capacitancia
Q	Potencia reactiva
Hz	Hertz
$Y_h^{i,j}$	Admitancia equivalente a la frecuencia h entre los nodos $i$ y $j$
$I_h^j$	Corriente fasorial a la frecuencia h inyectada en el nodo $j$
$V_h^j$	Voltaje fasorial a la frecuencia h en el nodo $j$
$\phi$	Pendiente
$J(t)$	Jacobiano
$\Delta$	Incremento
$\Phi$	Matriz de transición de estados
$x^\alpha$	Ciclo límite
FB	Fuerza Bruta
DN	Diferenciación Numérica
AD	Aproximación Directa
RK	Runge Kutta
EDOs	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
TCR	Reactor controlado por tiristores
TSC	Capacitor conmutado por tiristores
SVS	Sistema estático de VARs
DVR	Regulador de Voltaje Dinámico

---

NC	Número de ciclos
$V_{dc}$	Voltaje de corriente directa
FC	Capacitor fijo
SVCs	Compensadores estáticos de VARs
LVK	Ley de voltajes de Kirchhoff
LCK	Ley de corrientes de Kirchhoff
SAG	Depresión de voltaje
VSI	Inversor de fuente de voltaje
PWM	Modulación de ancho de pulso
$\dot{x}$	Vector de estado $x$
$v_s$	Voltaje de la fuente
$v_c$	Voltaje del capacitor
$i_L$	Corriente en el inductor
$x_0$	Vector de estados en el tiempo cero
FFT	Transformada rápida de Fourier

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Introducción

Bajo condiciones ideales de operación se espera que un sistema eléctrico sea completamente balanceado, de una frecuencia constante y con formas de onda de voltaje y corriente senoidales, de amplitud especificada y constante. Desafortunadamente, esta operación ideal no se presenta en sistemas eléctricos prácticos, debido a que los equipos instalados poseen en mayor o menor medida, la indeseable característica de distorsionar las formas de onda senoidales ideales. La mayor contribución a este efecto distorsionante, conocido como distorsión armónica de las formas de onda, proviene de cargas y dispositivos no lineales [1].

Debido al incremento en el número de cargas no lineales y variantes en el tiempo en los sistemas eléctricos, la distorsión armónica de las señales de corriente y voltaje también se ha incrementado y se han agravado los problemas asociados con este fenómeno [2], por esta razón, las armónicas son una de las mayores preocupaciones de la calidad de la energía en las industrias eléctricas [3].

En años recientes se han realizado esfuerzos considerables para mejorar el manejo de la distorsión de las formas de onda en los sistemas eléctricos. Se han establecido normas para el control de armónicas, hoy día se cuenta con varios instrumentos para su medición. En este contexto, el área de análisis armónico en los sistemas eléctricos también ha experimentado desarrollos importantes, contando con modelos de componentes bien aceptados, se han establecido diferentes procedimientos de análisis y métodos de simulación aplicados principalmente en los marcos de referencia conocidos como dominio de la frecuencia, dominio del tiempo y dominio híbrido frecuencia-tiempo [3]. En esta tesis, se aplican métodos de simulación novedosos tipo Newton en el dominio del tiempo, los cuales aplican la técnica de aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*.

En este capítulo, se presenta la justificación de esta tesis, haciendo énfasis en la importancia de utilizar las técnicas *Newton*, se define el objetivo principal de estas tesis, se presentan las aportaciones, se presenta una revisión de los métodos de simulación aplicados para realizar estudios de armónicos en sistemas eléctricos no lineales y por último, se describen los capítulos a desarrollar.

## 1.2 Justificación

Actualmente, las *armónicas* representan un serio problema durante la operación de los sistemas eléctricos, debido al documentado daño que provocan a las cargas de los consumidores, así como a equipos de las compañías de suministro eléctrico [3]. La tendencia en los próximos años es seguir incrementando el número de cargas que producen armónicos, con lo que se pronostica niveles mayores de distorsión armónica. Debido a esto, se requiere de metodologías eficientes que permitan evaluar con anticipación los impactos que causarán las nuevas cargas no lineales y variantes en el tiempo, estimar la posible resonancia, calcular pérdidas adicionales producida por el flujo de armónicas, evaluar los posibles niveles de voltajes armónicos y en la medida de lo posible que permitan realizar simulaciones de la instalación de equipo para reducir o eliminar los niveles de distorsión armónica [4].

En las dos décadas pasadas, el análisis armónico de sistemas eléctricos ha experimentado importantes desarrollos, se han establecido distintos métodos de simulación. La diferencia entre estos últimos, radica en la complejidad del modelado, los datos requeridos, la formulación del problema y los algoritmos de solución [3].

En general, las técnicas de simulación de armónicos se identifican como *dominio de la frecuencia*, *dominio del tiempo* y *dominio híbrido frecuencia-tiempo* [5]. Los métodos convencionales basados en el dominio de la frecuencia, resuelven las redes eléctricas completas para cada armónico de interés, considerando que los armónicos están desacoplados [5], este fenómeno de acoplamiento entre armónicos se ha representado explícitamente por medio de equivalentes Norton armónicos [6]. Sin embargo, los armónicos producidos por componentes no lineales y variantes en el tiempo están acoplados y el *dominio del tiempo* representa este fenómeno implícitamente [5].

Recientemente, se han creado técnicas novedosas tipo Newton en el dominio del tiempo, las cuales se fundamentan en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* y permiten obtener la solución periódica en estado estacionario con una característica de convergencia cuadrática. Esto hace factible aplicar estas técnicas a redes eléctricas prácticas que contengan componentes no lineales y variantes en el tiempo, con el fin de obtener de manera eficiente en el dominio del tiempo su solución en estado estacionario bajo condiciones de operación no senoidales.

Las técnicas Newton, no solo se han aplicado para realizar estudios de armónicos. También se han aplicado en el análisis eficiente de estabilidad de la máquina síncrona, acelerando la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* para obtener las condiciones iniciales de la máquina y el estado estacionario previo a la aplicación de la falla y después de que la falla ha sido liberada. Se comparan los resultados en términos de exactitud y eficiencia computacional contra un modelo de máquina ampliamente usado y aceptado de un programa de transitorios electromagnéticos (EMTP- ATP) [7]. Por lo que es importante que se extienda la difusión y aplicación de estas técnicas Newton en el análisis de estabilidad de sistemas eléctricos, además también se han aplicado en estudios de energización de transformadores trifásicos [8].

### 1.3 Objetivo de la tesis

El objetivo del presente trabajo de tesis, es aplicar las técnicas Newton de Diferenciación Numérica y Aproximación Directa basados en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* a varios sistemas eléctricos que contengan elementos no lineales y variantes en el tiempo, tales como Reactor Controlado por Tiristores (TCR), Capacitor Conmutado por Tiristores (TSC), Sistema Estático de VARs (SVS), Regulador de Voltaje Dinámico (DVR) y horno de arco eléctrico y comparar los resultados obtenidos de la solución por los métodos Newton con un método convencional de Runge-Kutta de cuarto orden, en términos de eficiencia computacional y del número de ciclos requeridos para obtener el *ciclo límite* y por lo tanto el estado estacionario periódico de operación.

### 1.4 Aportaciones

Aplicación de las técnicas tipo Newton basadas en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* a varios sistemas eléctricos de prueba que contienen componentes no lineales y variantes en el tiempo tales como: Reactor Controlado por Tiristores (TCR), Capacitor Conmutado por Tiristores (TSC), Sistemas Estáticos de VARs (SVS) y hornos de arco eléctrico, mediante los procedimientos de Diferenciación Numérica (DN) y Aproximación Directa (AD), comparando la solución obtenida por las técnicas Newton con un método convencional de Runge-Kutta de cuarto orden en términos de esfuerzo computacional requerido para alcanzar el *ciclo límite* y por lo tanto el estado estacionario de operación.

Por primera vez se aplican las técnicas Newton a un dispositivo de reciente creación e instalado en sistemas eléctricos de distribución para compensar las caídas o elevaciones de voltaje momentáneas conocido como Regulador de Voltaje Dinámico (DVR). Este dispositivo cuenta con elementos de electrónica de potencia y muy particularmente con un inversor de fuente de voltaje, el cual produce una modulación de anchos de pulso (PWM por sus siglas en inglés). La modulación ha sido programada e introducida junto con el sistema de ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del DVR en los programas de Runge-Kutta de cuarto orden, DN y AD, respectivamente. Se demuestra que las técnicas Newton DN y AD, convergen cuadráticamente a la solución en estado estacionario, en comparación con la técnica convencional, que tiene una convergencia lineal lenta. Se reduce así considerablemente el esfuerzo computacional requerido en el dominio del tiempo para obtener su solución en estado estacionario periódico.

La programación de las técnicas Newton se realizó en lenguaje de alto nivel Fortran 90, utilizando la potencialidad del ambiente gráfico, con la finalidad de poder observar de manera gráfica en el dominio del tiempo, el momento preciso en que inicia la aplicación de las técnicas Newton para obtener el *ciclo límite* de distintas variables eléctricas. Estos programas se encuentran en el Apéndice B de ésta tesis.

## 1.5 Estado del arte

La evolución en la tecnología de computadoras y las técnicas numéricas avanzadas, han acelerado el desarrollo de modelos de simulación digital para la predicción del comportamiento de los sistemas eléctricos con modelos físicos a gran escala y con instalación de cargas no lineales y variantes en el tiempo, los cuales ocasionan distorsión armónica en las señales de corriente y voltaje.

Hasta el día de hoy, se han desarrollado e implementado distintas metodologías para estudios precisos de armónicos en diferentes marcos de referencia, conocidos como:

- Dominio de la frecuencia
- Dominio del tiempo
- Dominio híbrido (frecuencia-tiempo)

Estos marcos de referencia presentan ventajas y limitaciones en términos de eficiencia, necesidades computacionales y precisión [1,5]. Estas metodologías serán revisadas a continuación.

### 1.5.1 Dominio de la frecuencia

Las técnicas disponibles en el dominio de la frecuencia se dividen ampliamente *en método de Fuente de Corriente, Análisis Armónico Iterativo y Dominio Armónico* [5].

El método de *Fuente ó Inyección de Corriente* es el más ampliamente utilizado para realizar análisis de armónicos en los sistemas eléctricos. Este método toma en cuenta que el sistema se encuentra operando en estado estacionario. Los elementos pasivos, inductores y capacitores se considera que se comportan linealmente con la frecuencia, por ejemplo,  $X_L = jh\omega_0 L$  y  $X_C = -j \frac{1}{h\omega_0 C}$ , mientras que la resistencia se asume constante.

Con estos parámetros se puede obtener una matriz con los elementos  $Y_h^{i,j}$  que definen la admitancia equivalente a la frecuencia  $h$  entre los nodos  $i$  y  $j$ .

Los dispositivos no lineales son representados por una fuente de corriente armónica constante o por una fuente de voltaje armónico constante conectados en paralelo, así la corriente  $I_h^j$  es la corriente fasorial a la frecuencia  $h$  inyectada en el nodo  $j$  por ejemplo

$I_h^j = |I_h^j| \angle \theta_h$ . Del mismo modo,  $V_h^j$  es el voltaje fasorial a la frecuencia  $h$  en el nodo  $j$ .

En general, un circuito lineal operando bajo condiciones no senoidales se puede representar adecuadamente a través del siguiente sistema de ecuaciones lineal, expresado en forma compacta como [9]:

$$[I_h] = [Y_h] [V_h] \quad (1.1)$$

El método de fuente de corriente, requiere que el sistema de matriz de admitancias sea resuelto para cada frecuencia armónica  $h$  de interés y el resultado final es obtenido mediante la suma o superposición de los efectos. Este método considera además que los armónicos están desacoplados [5,9].

El *método de Análisis Armónico Iterativo (IHA* por sus siglas en inglés), esta basado en sustituciones de secuencias del tipo Gauss. El dispositivo que produce armónicos es modelado como una fuente de corriente dependiente del voltaje, representado por una fuente de corriente armónica fija en cada iteración. En principio, las corrientes armónicas se obtienen usando un voltaje de suministro estimado, estas corrientes armónicas son usadas para obtener posteriormente los voltajes armónicos, estos voltajes armónicos permiten el cálculo de corrientes armónicas más exactas. El proceso de solución se detiene una vez que los cambios en las corrientes armónicas son suficientemente pequeños. El estrecho margen de estabilidad y sus características de baja convergencia han limitado la aplicación de este método a la solución de problemas prácticos en sistemas de potencia [5].

Modelos analíticos en el dominio de la frecuencia para describir el comportamiento periódico de componentes lineales y no lineales han sido combinados para formar un marco de referencia más general, denominado *Dominio Armónico* [6].

El *Dominio Armónico* está basado en un proceso de linealización alrededor de un punto particular de operación de componentes no lineales y variantes en el tiempo. Se obtiene así una relación lineal entre voltajes y corrientes armónicas. Esta condición es válida únicamente en una proximidad muy cercana al punto de operación. Como resultado del proceso de linealización se obtiene un equivalente Norton armónico en donde explícitamente está representado el efecto de acoplamiento entre armónicos y el desbalance entre fases. El cálculo de dicho equivalente puede no ser fácil y para obtener resultados precisos debe ser actualizado iterativamente. Este esfuerzo computacional se incrementa en proporción directa al tamaño del sistema analizado y al número de armónicos representados explícitamente [1]. La solución iterativa unificada del sistema es de la forma:

$$\Delta I = [Y_J] \Delta V \quad (2.2)$$

En donde  $\Delta I$  es el vector de corrientes incrementales, que contiene la contribución de componentes no lineales,  $\Delta V$  es el vector de voltajes incrementales y  $[Y_J]$  es la matriz de admitancias de componentes lineales y no lineales. Estos últimos componentes son representados en cada caso por el equivalente Norton armónico obtenido. Esta metodología ha sido reportada como robusta numéricamente y con buenas características de convergencia [5].

### 1.5.2 Dominio del tiempo

La metodología del dominio del tiempo inicia con la descripción del sistema eléctrico en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias que describen las características de los equipos eléctricos instalados de manera detallada, el sistema descrito es integrado

numéricamente en el tiempo con algunos métodos de integración de ecuaciones diferenciales ordinarias como: Runge-Kutta, Regla Trapezoidal, Euler modificado, Método de paso variable, etc. y el resultado de esta integración describe la dinámica del sistema eléctrico una vez que la respuesta transitoria ha transcurrido y se obtiene el estado estacionario periódico de operación, este procedimiento se conoce como *Fuerza Bruta* [10]. Una vez que se alcanza el estado estacionario periódico, se utiliza el análisis de Fourier para calcular las diferentes armónicas presentes tanto en la señal de voltaje como en la de corriente.

Este procedimiento de Fuerza Bruta resulta ser la forma más fácil de calcular la solución de estado estacionario periódico de un sistema eléctrico no lineal. Sin embargo, este procedimiento ha sido sugerido únicamente para casos donde el estado estacionario periódico pueda ser alcanzado rápidamente en periodos de tiempo cortos. Esta metodología del dominio del tiempo, generalmente se aplica en sistemas eléctricos donde se consideran fuentes ideales y que además cuentan con suficiente amortiguamiento [2,5,11].

Los métodos convencionales de Fuerza Bruta presentan también algunas desventajas por ejemplo, puede ser difícil de obtener la solución del estado estacionario periódico si se presenta un sistema eléctrico débil, con poco amortiguamiento o donde pueda ocurrir un fenómeno armónico que genere una convergencia extremadamente baja [12].

La ineficiencia de las soluciones convencionales de Fuerza Bruta ha imposibilitado su aplicación generalizada para obtener la solución periódica en estado estacionario de sistemas eléctricos no lineales, aún cuando en principio y en ausencia de inestabilidad numérica este proceso conduce a su solución exacta [10].

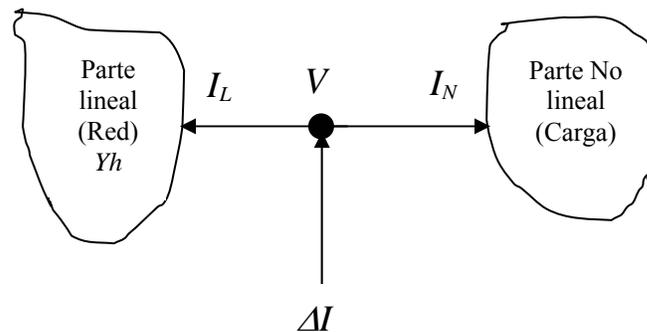
Recientemente, desde mediados de los años noventas, se ha venido trabajando con una metodología novedosa en el dominio del tiempo que permite obtener rápidamente la solución periódica en estado estacionario de sistemas eléctricos con componentes no lineales y variantes en el tiempo. Esta metodología, se fundamenta en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al ciclo límite, uso de mapas de Poincaré y aplicación de métodos iterativos del tipo Newton [12].

Esta metodología se fundamenta básicamente en que la ecuación  $\dot{x} = f(x, t)$ , la cual es una ecuación diferencial general que representa un sistema eléctrico con componentes no lineales y variantes en el tiempo, se resuelve de la siguiente manera: a un ciclo se le aplica un mapeo desde un punto inicial hasta llegar a una órbita transitoria cercana al ciclo límite. En la vecindad del ciclo límite es posible aplicar a esta órbita transitoria un método de Newton o su aproximación para extrapolar la solución al ciclo límite. El ciclo límite representa la solución periódica en estado estacionario del sistema eléctrico [5]. Los conceptos analíticos en que se fundamenta esta metodología se detallan en el Capítulo 2.

### 1.5.3 Dominio híbrido

En la metodología híbrida, se utilizan las ventajas esenciales de los dominios de la frecuencia y del tiempo, es decir, los componentes del sistema eléctrico se representan directamente en sus marcos de referencia naturales donde todas las partes lineales, incluyendo la red y parte de las cargas, están representadas en el dominio de la frecuencia, mientras que los componentes no lineales y variantes en el tiempo, cargas principalmente, son representadas en el dominio del tiempo.

La Figura 1.1, ilustra la representación conceptual de la metodología híbrida. Los voltajes  $V$  en los nodos de carga donde los componentes no lineales se encuentran conectados se obtienen iterativamente. Partiendo de valores estimados de  $V$  se calculan las corrientes  $I_L$  de la parte lineal para cada armónico  $h$  usando la matriz de admitancias armónicas  $[Y_h]$ , la cual incluye los efectos de cargas no lineales. Para la parte no lineal,  $V$  se considera en el dominio del tiempo como la función periódica  $v(t)$  para obtener  $i(t)$ , la cual es transformada a  $I_N$  en el dominio de la frecuencia. En convergencia  $\Delta I = I_L + I_N$  tiende a cero. La solución iterativa para el sistema completo es de la forma de la ecuación  $\Delta I = [Y_J] \Delta V$  [5].



**Figura 1.1** Sistema visto desde nodos de carga

## 1.6 Estructura de la tesis

### *Capítulo 1*

- ▶ Se justifica este trabajo de tesis, indicando la importancia de utilizar el dominio del tiempo como marco de referencia para realizar estudios y análisis de armónicos. Se indica que recientemente se han creado técnicas tipo Newton en el dominio del tiempo, las cuales se fundamentan en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al ciclo límite, permitiendo obtener eficientemente en el dominio del tiempo la solución periódica en estado estacionario de redes eléctricas con componentes no lineales y variantes en el tiempo.
- ▶ Se describen los métodos utilizados para realizar estudios armónicos en los sistemas eléctricos no lineales y los fundamentos analíticos en que se basan estas metodologías. Se proporciona información de las ventajas y desventajas de los diferentes métodos.

### *Capítulo 2*

- ▶ Se describen los métodos convencionales también conocidos como Fuerza Bruta, utilizados para obtener la solución en estado estacionario periódico de sistemas eléctricos mediante la integración de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- ▶ Se presenta la filosofía de las técnicas Newton aplicadas para la aceleración de la convergencia de las variables de estado al ciclo límite permitiendo obtener por lo tanto el estado estacionario periódico de sistemas eléctricos no lineales, de manera eficiente.
- ▶ Se detallan los procedimientos en que están basadas las técnicas Newton de Diferenciación Numérica y Aproximación Directa.

### *Capítulo 3*

- ▶ Se describen los principios de operación de elementos no lineales y variantes en el tiempo, como TCR, TSC, SVS, DVR y horno de arco eléctrico.
- ▶ Se aplican las leyes eléctricas a los circuitos monofásicos obtenidos del TCR, TSC, SVS y DVR y se obtienen sus modelos matemáticos en términos de ecuaciones diferenciales, las cuales describen sus comportamientos dinámicos.
- ▶ Se resuelven los modelos matemáticos obtenidos del TCR, TSC, SVS, DVR y del horno de arco eléctrico, considerando las conmutaciones de los dispositivos de electrónica de potencia en los casos necesarios, mediante una técnica convencional de Runge-Kutta de cuarto orden y con las técnicas Newton de

aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo limite*. Se presentan los resultados obtenidos de esta solución en tablas comparativas en donde se indica el error máximo obtenido de las variables de estado en cada iteración, observando en todos los casos que las técnicas Newton presentan una característica cuadrática de convergencia, a diferencia de la convergencia lineal lenta de las técnicas convencionales. Finalmente, se ilustra el comportamiento en el dominio del tiempo de algunas variables de estado con sus respectivos espectros armónicos.

#### Capítulo 4

- ▶ Se proporcionan los diferentes conceptos utilizados en la formulación del espacio de estados y teoría de grafos, los cuales sirven para obtener los modelos matemáticos en el espacio de estado de sistemas eléctricos no lineales. Se aplican estos conceptos a un sistema eléctrico que contiene componentes lineales, no lineales y variantes en el tiempo y se obtiene su ecuación de estado.
- ▶ Se presentan varios casos de estudio de sistemas eléctricos que contienen componentes lineales, no lineales y variantes en el tiempo, obteniéndose las ecuaciones de estado para cada caso de estudio. Estas ecuaciones se resuelven mediante la aplicación de un método convencional Runge-Kutta de cuarto orden y mediante las técnicas tipo Newton con los programas desarrollados en Fortran 90 de Diferenciación Numérica y Aproximación Directa. Las soluciones se comparan en términos del número de ciclos aplicados para la obtención del comportamiento en estado estacionario. Se muestra de manera gráfica el comportamiento de diferentes variables eléctricas en el dominio del tiempo, en donde se puede apreciar de manera muy clara y precisa el momento en que inicia la aplicación de las técnicas Newton. Finalmente se muestran los espectros armónicos obtenidos al aplicar la transformada rápida de Fourier (FFT) al ciclo final en estado estacionario periódico de estas variables eléctricas.

#### Capítulo 5

Se proporcionan las conclusiones generales de esta tesis y se dan sugerencias para trabajos de investigación futuros.

#### Apéndices

- ▶ En el Apéndice A, se resumen las ecuaciones de estado o sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias de las diferentes redes eléctricas no lineales de prueba y los parámetros utilizados para cada red eléctrica. En este mismo Apéndice, se muestran los árboles obtenidos de estas redes eléctricas.
- ▶ En el Apéndice B, se listan los dos programas utilizados para aplicar las técnicas Newton, mediante los procedimientos de Diferenciación Numérica y Aproximación Directa, respectivamente, desarrollados en el lenguaje de alto nivel

de Fortran 90. En estos programas, se incluyen los comandos para graficación de las variables en el dominio del tiempo y los resultados obtenidos.

- ▶ En el Apéndice C, se describen las consideraciones que se llevaron a cabo para realizar la simulación de los dispositivos de conmutación de los elementos no lineales y variantes en el tiempo: TCR, TSC, SVS y DVR.
- ▶ En el Apéndice D, se ilustran los diagramas de flujo de los métodos convencionales de integración de ecuaciones diferenciales ordinarias.

## CAPÍTULO 2

# METODOLOGÍAS PARA EL ANÁLISIS EN ESTADO ESTACIONARIO EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

### 2.1 Introducción

Los sistemas eléctricos reales están compuestos por elementos lineales, no lineales y variantes en el tiempo. El comportamiento dinámico de estos elementos, puede ser representado adecuadamente mediante un conjunto de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs). Existen varias técnicas numéricas para solucionar sistemas eléctricos descritos por ecuaciones diferenciales, así tenemos por ejemplo, métodos de integración convencionales también conocidos como *fuera bruta* [10]. Ejemplos de estos métodos son el de Euler, regla trapezoidal, métodos de Runge-Kutta, entre otros. Por otra parte, existen técnicas más novedosas tipo Newton, las cuales se basan en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*, estas técnicas permiten obtener eficientemente el estado estacionario periódico de sistemas eléctricos que se componen de elementos no lineales y variantes en el tiempo. Estas técnicas Newton se basan en procedimientos de Diferenciación Numérica (DN), Aproximación Directa (AD) y Matriz Exponencial (ME), respectivamente [12].

En las siguientes secciones, se describen los principales métodos convencionales conocidos también como de *fuera bruta*. Se ilustra de manera detallada la filosofía en la que se basan las técnicas Newton de aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* y los procedimientos DN y AD y se detalla mediante un diagrama de flujo el procedimiento general para encontrar el ciclo límite mediante la aplicación de las técnicas Newton.

### 2.2 Método de Fuerza Bruta

El método de *fuera bruta*, consiste en la aplicación de métodos convencionales que permiten obtener una solución de los modelos de estado (sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias). Esta solución es numérica y aproxima el comportamiento de un sistema eléctrico de tiempo continuo mediante un sistema eléctrico de tiempo discreto utilizando computadoras digitales [10].

El reto de esta metodología de *fuera bruta* es primero identificar que el estado estacionario es posible de alcanzarse y segundo, en sistemas con poco amortiguamiento, es necesario un esfuerzo computacional considerable para obtener el estado estacionario [3]. Las ventajas y desventajas de esta metodología se indican en las siguientes características.

### 2.2.1 Características de los métodos de fuerza bruta

El método de *fuerza bruta* presenta algunas ventajas, entre las que podemos mencionar:

- ◆ Fácil de programar, debido a que solo se necesita realizar iteraciones repetidas.
- ◆ Si la condición inicial se encuentra en el borde de la atracción, el método siempre converge.

Así mismo, este método presenta algunas desventajas:

- ◆ La convergencia puede ser muy lenta en sistemas eléctricos poco amortiguados.
- ◆ Es difícil especificarle al método cuando se va a alcanzar el estado estacionario.

A pesar de las desventajas mencionadas, los métodos de *fuerza bruta* se utilizan en varias aplicaciones, en particular cuando se necesita encontrar un *ciclo límite* o cuando se puede llegar a un lugar cercano de un *ciclo límite*, para posteriormente aplicar métodos más sofisticados para calcular la posición precisa del *ciclo límite* [10].

### 2.2.2 Métodos Convencionales de Integración Numérica

La idea de los métodos convencionales es correr una simulación en el dominio del tiempo hasta alcanzar el estado estacionario [3]. A continuación se describe la técnica general y algunos métodos convencionales para solucionar ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que tienen la forma general.

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \quad (2.1)$$

Donde  $x$  es el vector de estados de  $n$  variables dependientes y  $t$  es la variable independiente (*tiempo*). El objetivo es resolver  $x$  como una función de  $t$ , con valores iniciales de  $x$  y  $t$ . El método generalizado para solucionar este tipo de ecuaciones es:

$$\text{Nuevo valor} = \text{valor anterior} + \text{pendiente} * \text{tamaño del paso}$$

En términos matemáticos queda como sigue:

$$x_{i+1} = x_i + \phi h \quad (2.2)$$

La diferencia de los métodos convencionales estriba en la manera en la cual se estima la pendiente  $\phi$  [13].

Los métodos convencionales más conocidos y empleados son el Runge-Kutta de cuarto orden, la Regla Trapezoidal y Euler modificado, respectivamente.

### 2.2.2.1 Runge-Kutta de Cuarto Orden

El método de Runge-Kutta (RK) de Cuarto Orden es un algoritmo que hace uso de cuadraturas de punto medio y es utilizado para solucionar ecuaciones de estado, esta solución es equivalente a la aplicación de las fórmulas de Taylor de cuarto orden. Este es el método más común de los métodos de RK y se puede representar mediante el algoritmo recursivo siguiente:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (2.3)$$

Donde  $x_i$  representa el vector de condiciones iniciales de las variables de estado [5]. En este método se tienen estimaciones múltiples de la pendiente  $\phi$  para alcanzar una pendiente promedio mejorada para el intervalo  $h$ . En el Apéndice D.1 de la tesis se presenta el diagrama de flujo del método de Runge Kutta de cuarto orden.

### 2.2.2.2 Regla Trapezoidal

Este método determina dos derivadas para el intervalo (una en el punto inicial y otra en el final). Las dos derivadas se promedian después con el fin de obtener una estimación mejorada de la pendiente para todo el intervalo; su expresión matemática es la siguiente:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{2}[f(t_i, x_i) + f(t_{i+1}, x_{i+1})] \quad (2.4)$$

El procedimiento de solución de las ecuaciones de estado por el método de la regla trapezoidal se ilustra en el Apéndice D.2 de ésta tesis.

### 2.2.2.3 Euler Modificado

Esta técnica de integración utiliza el método de Euler para predecir un valor de  $x$  en el punto medio del intervalo de la siguiente manera:  $x_{i+\frac{1}{2}} = x_i + f(t_i, x_i)\frac{h}{2}$ , posteriormente, este valor predicho se usa para calcular una pendiente en el punto medio:  $x_{i+\frac{1}{2}} = f(t_{i+\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}})$ , el cual se toma para representar una aproximación válida de la pendiente promedio para todo el intervalo, quedando la formula general siguiente [13]:

$$x_{i+1} = x_i + f(t_{i+\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}})h \quad (2.5)$$

El procedimiento de la aplicación del método de Euler modificado, se ilustra mediante un diagrama de flujo ilustrado en el Apéndice D.3.

### 2.3 Determinación Rápida de la Solución en Estado Estacionario

El comportamiento dinámico de un sistema eléctrico que cuenta con componentes no lineales y/o variantes en el tiempo, puede describirse mediante un conjunto de  $n$  ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de primer orden. El sistema generalizado de ecuaciones esta representado por:

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (2.6)$$

Donde  $x$  es el vector de estados de  $m$  elementos  $x_k$ .

Con el propósito de eliminar la severa limitante de aplicación e ineficiencia computacional de los métodos convencionales de *fuerza bruta* para obtener las soluciones periódicas de sistemas eléctricos no lineales, se han desarrollado técnicas de aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* mediante métodos Newton en el dominio del tiempo [12].

Fundamentalmente, para la deducción de estos métodos Newton se parte del principio que la solución en estado estacionario  $x(t)$  de la Ecuación (2.6) es  $T$ -periódica y puede ser representada como un ciclo límite para  $x_k$  en términos de otro elemento periódico de  $x$  o en términos de una función arbitraria  $T$ -periódica, por ejemplo  $\text{sen } \omega t$ ; originándose así una órbita, según se ilustra en la Figura 2.1 [12].

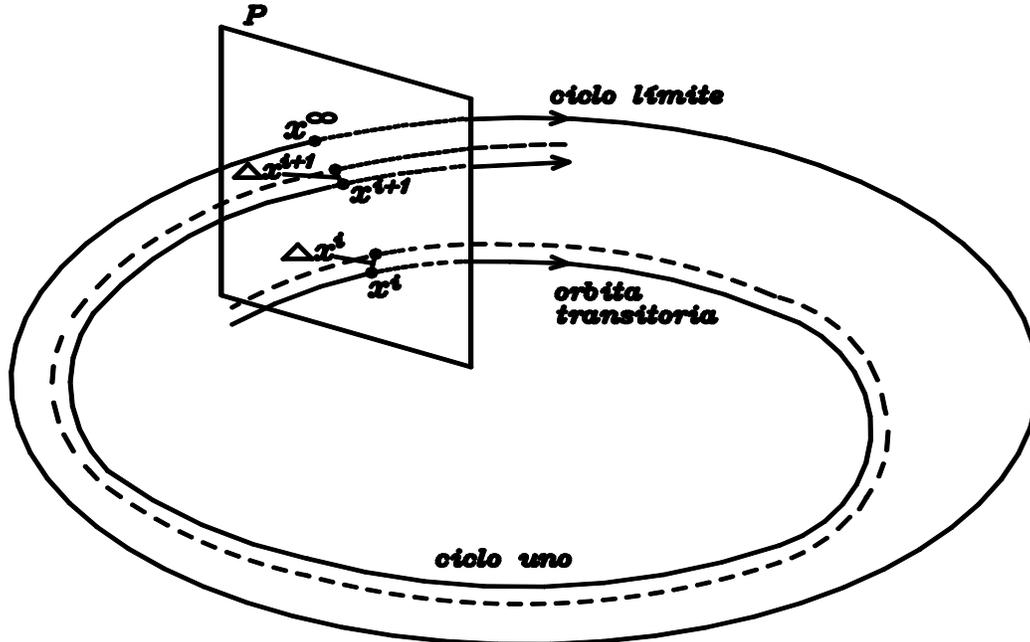


Figura 2.1 Órbita del vector de estado  $x$

En la Figura 2.1, se observa que antes de alcanzar el *ciclo límite*, los ciclos de la órbita transitoria están muy cercanos a este. Su posición está descrita adecuadamente

mediante su ubicación en el plano de Poincaré  $P$ . Un solo ciclo “mapea” su punto de inicio  $x^i$  a su punto final  $x^{i+1}$  y además mapea, a partir de un *ciclo base*, un segmento de perturbación  $\Delta x^i$  hasta  $\Delta x^{i+1}$ . Todos los mapeos cercanos al *ciclo límite* son cuasi-lineales tal que puede utilizarse un método Newton para obtener el punto de inicio  $x^\infty$  del *ciclo límite* [12].

### 2.3.1 Características de los métodos Newton

Las características principales de los métodos ó técnicas Newton son:

Los métodos Newton permiten representar los elementos del sistema eléctrico en sus marcos de referencia naturales, haciendo eficiente, robusta y precisa la solución en el dominio del tiempo.

Un método Newton, puede utilizarse para obtener el punto de inicio del *ciclo límite*, independientemente de su estabilidad [12].

### 2.3.2 Formulación de las Técnicas Newton para la Aceleración de la Convergencia a Ciclos Límite

Si se considera el problema no lineal

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(0) = x_0 \quad (2.7)$$

Si la función presentada en la Ecuación (2.7) tiene parámetros variantes en el tiempo, entonces

$$f(x, t+nT) = f(x, t) \quad (2.8)$$

La integración de la Ecuación (2.7) se lleva a cabo mediante períodos de tiempo  $T$  por un método convencional. Después de  $n$  períodos, se obtiene el vector de estado  $x_n$ ; un periodo adicional resulta en  $x_{n+1}$ , como se ilustra en la Figura 2.2 [15].

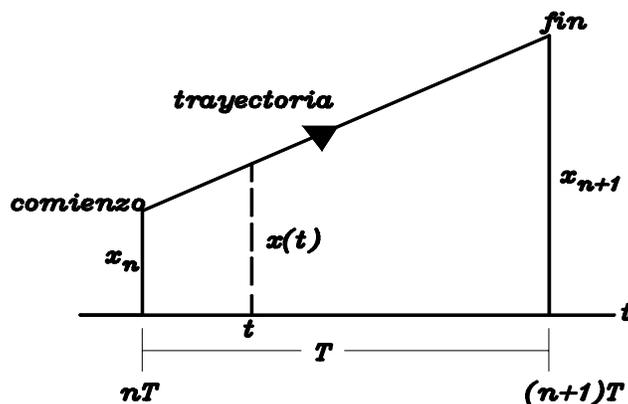


Figura 2.2 Cálculo de  $x_n$  y  $x_{n+1}$

### 2.3.2.1 Aceleración de la Convergencia

Si se considera un disturbio sobre la trayectoria que sigue la variables de estado, tal que  $x_0$  es perturbada como  $x_0 + \Delta x_0$ , o más generalmente  $x(t) \rightarrow x(t) + \Delta x(t)$ , entonces la Ecuación (2.7) toma la forma [12].

$$\dot{x} + \Delta \dot{x} = f(x + \Delta x, t) \quad (2.9)$$

Obsérvese de la Ecuación (2.9) que solo  $x$  incrementa y  $t$  es el mismo. Por lo tanto, la linealización de la Ecuación (2.9) con respecto a  $x$  tomando términos de primer orden en la serie de Taylor resulta en

$$\dot{x} + \Delta \dot{x} \approx \underline{f(x, t)} + D_x f(x, t) \Delta x \quad (2.10)$$

Puesto que la parte subrayada de la Ecuación (2.10) es satisfecha por la Ecuación (2.7), entonces la Ecuación (2.10) puede ser escrita como [12].

$$\underline{\Delta \dot{x}} \approx J(t) \Delta x \quad (2.11)$$

donde el Jacobiano esta dado por

$$J(t) = D_x f(x, t) \quad (2.12)$$

$D_x$  es la matriz de derivadas parciales de  $f(x, t)$  con respecto a  $x$ . Por lo tanto, se obtiene una matriz de coeficientes  $J(t)$  variante en el tiempo. La Ecuación (2.11) es una Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO) variante en el tiempo, la cual puede ser resuelta especificando valores iniciales a  $\Delta x$ , por ejemplo.

$$\Delta x(0) = \Delta x_0 \quad (2.13)$$

Donde  $\Delta x_0$  es un vector de dimensión  $n$  (número de variables de estado). La solución de la Ecuación (2.11) tiene la forma

$$\Delta x(t) = \left[ e^{\int_0^t J(t) dt} \right] \Delta x(0) \quad (2.14)$$

ó bien

$$\Delta x(t) = \Phi(t) \Delta x(0) \quad (2.15)$$

donde

$$\Phi(t) = e^{\int_0^t J(t) dt} \quad (2.16)$$

Es una matriz de solución general de la ecuación de estado, conocida también como matriz de transición de estados que permite conocer  $\Delta x(t)$  en cualquier tiempo  $t$  [16].

La Ecuación (2.15) se puede expresar como:

$$\Delta x^{i+1} = \Phi(t) \Delta x^i \quad (2.17)$$

Note que  $\Phi(t)$  resulta casi el mismo para cualquier  $t_i$  tal que el mapeo cerca del *ciclo límite* está cerca de la linealidad. La Ecuación (2.17) muestra que los segmentos de entrada son mapeados a los correspondientes segmentos de salida mediante la matriz  $\Phi(t)$ .

Por otra parte, debido a las relaciones lineales en el mapa de Poincaré de la Figura 2.1, se puede obtener el *ciclo límite* ( $x^\infty$ ) definido por:

$$x^\infty = x^i + C(x^{i+1} - x^i) \quad (2.18)$$

A continuación se muestra la relación entre las matrices  $C$  y  $\Phi$  para encontrar el *ciclo límite*.

De la Figura 2.1, se obtiene la siguiente expresión matemática:

$$\Delta x^i = x^\infty - x^i \quad (2.19)$$

un período adicional resulta en

$$\Delta x^{i+1} = x^\infty - x^{i+1} \quad (2.20)$$

despejando  $x^{i+1}$  de la Ecuación (2.20) se tiene

$$x^{i+1} = x^\infty - \Delta x^{i+1} \quad (2.21)$$

despejando  $C$  de la Ecuación (2.18) resulta la siguiente relación matemática

$$C = \frac{x^\infty - x^i}{x^{i+1} - x^i} \quad (2.22)$$

sustituyendo las Ecuaciones (2.19) y (2.21) en la Ecuación (2.22) da como resultado

$$C = \frac{\Delta x^i}{x^\infty - \Delta x^{i+1} - x^i} \quad (2.23)$$

sustituyendo la Ecuación (2.19) en la Ecuación (2.23) se tiene

$$C = \frac{\Delta x^i}{\Delta x^i - \Delta x^{i+1}} \quad (2.24)$$

invirtiendo la Ecuación (2.24) se obtiene la siguiente relación matemática

$$C^{-1} = \frac{\Delta x^i - \Delta x^{i+1}}{\Delta x^i} \quad (2.25)$$

despejando la Ecuación (2.25) resulta en

$$C^{-1} = I - \frac{\Delta x^{i+1}}{\Delta x^i} \quad (2.26)$$

despejando  $\Phi(t)$  de la Ecuación (2.17) y sustituyendo en la Ecuación (2.26) se obtiene:

$$C^{-1} = I - \Phi(t) \quad (2.27)$$

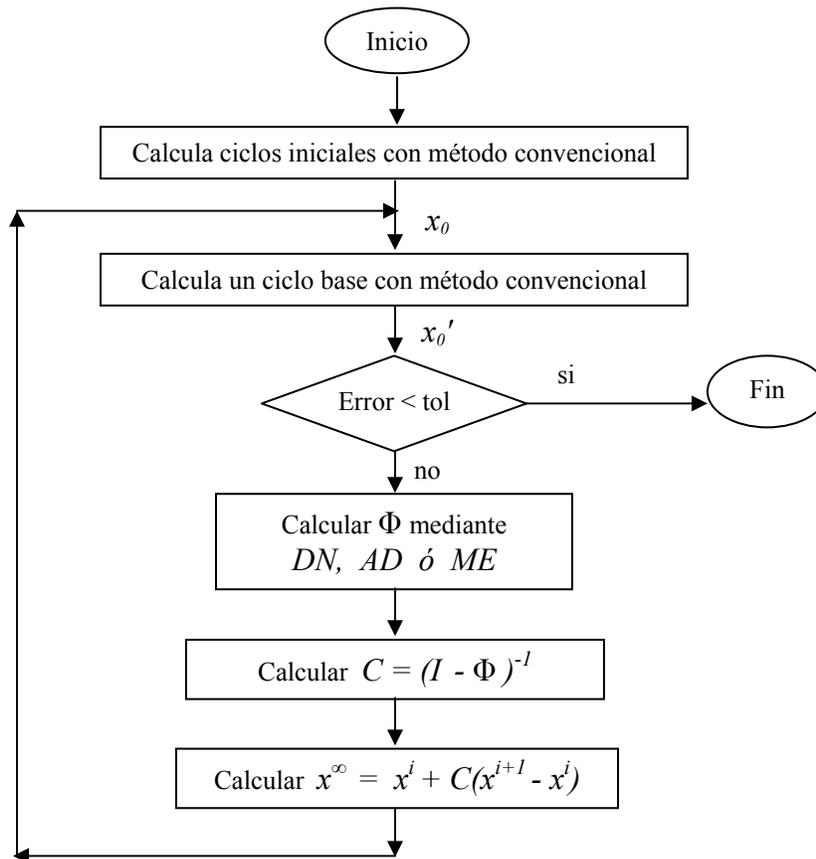
invirtiendo la Ecuación (2.27) resulta en:

$$C = (I - \Phi)^{-1} \quad (2.28)$$

La Ecuación (2.18) conduce a un proceso Newton si  $\Phi$  y  $C$  son actualizados en cada paso de iteración usando (2.16) y (2.28). Esto se convierte en un proceso convergente linealmente si  $C$  se mantiene constante después de su primera evaluación usando (2.28) [12].

Se ha realizado la deducción matemática que conduce a encontrar el *ciclo límite* ( $x^\infty$ ) de un sistema eléctrico no lineal expresado mediante ecuaciones de estado.

A continuación se resume en la Figura 2.3, la metodología general para obtener el *ciclo límite* y por lo tanto el estado estacionario periódico de operación de sistemas eléctricos no lineales aplicando las técnicas Newton, *Diferenciación Numérica (DN)*, *Aproximación Directa (AD)* y *Matriz Exponencial (ME)*, las cuales serán detalladas mas adelante.



**Figura 2.3** Proceso de solución para obtener el estado estacionario periódico aplicando Técnicas Newton

La metodología general para localizar el *ciclo límite* presentada en la Figura 2.3, se aplicará primero en la solución de las ecuaciones de estado de elementos no lineales y variantes en el tiempo presentados en el capítulo 3 y posteriormente se aplicará a diversas redes eléctricas de prueba que contienen dichos elementos.

El diagrama de flujo mostrado en la Figura 2.3, se implementa en los programas desarrollados en Fortran 90, mismos que se muestran en el Apéndice B. Así mismo, estos programas contienen los procedimientos de DN y AD, respectivamente, los cuales permiten encontrar la matriz de identificación  $\Phi$ . Estos procedimientos serán explicados a continuación.

### 2.3.3 Determinación de la Matriz de identificación $\Phi$

El problema principal para encontrar el ciclo límite de manera eficiente es la identificación de la matriz  $\Phi$ . A continuación se describen tres procedimientos de identificación, estos requieren del cálculo inicial del ciclo base  $x(t)$  sobre un período  $T$ , iniciando desde  $x^i$ . En estos procedimientos los pasos de incremento  $(i+1)$ , se colocan como subíndices, con el fin de diferenciarlos del procedimiento general para calcular el ciclo límite.

#### 2.3.3.1 Diferenciación Numérica

Una alternativa al cálculo de  $\Phi(T)$  en la Ecuación (2.16) se basa en el uso de Diferenciación Numérica dada por Semlyen y Medina [12]. Este método permite obtener la matriz de identificación o matriz de transición de estados  $\Phi$  por columnas, siguiendo una perturbación secuencial de las variables de estado calculadas al ciclo límite.

De la Ecuación (2.13) sabemos que  $\Delta x_0$  es un vector de dimensión  $n$ . Tomando esto en cuenta pueden elegirse  $n$  valores diferentes,

$$x_i = x_o + \xi e_i = x_o + \xi [0 \dots 1 \dots 0]_i^t \quad (2.29)$$

Usando la Ecuación (2.29) el vector  $\Delta x_0$  de la Ecuación (2.13) es reemplazado por  $n$  vectores que son las variables de estado iniciales  $x_o$  más  $n$  columnas de  $I_n$  (matriz identidad) multiplicadas por un valor pequeño  $\xi$ , por ejemplo 0.000001 [12].

De la Ecuación (2.29) se tiene que,

$$\Delta x_i = x_i - x_o = \xi e_i \quad (2.30)$$

además

$$\Delta x_{i+1} = \Phi \Delta x_i \quad (2.31)$$

sustituyendo la Ecuación (2.30) en la Ecuación (2.31) resulta:

$$\Delta x_{i+1} = x'_i - x'_o = \Phi \xi e_i \quad (2.32)$$

donde

$$x'_i = \phi(x_i) \quad (2.33)$$

$$x'_o = \phi(x_o) \quad (2.34)$$

resolviendo la Ecuación (2.32) para  $\Phi$  y haciendo  $i=1,2,\dots,n$ , resulta

$$\Phi = \frac{1}{\xi} \Delta x_{i+1} \quad (2.35)$$

El procedimiento matemático descrito de las Ecuaciones (2.29) a (3.25), se resume mediante el diagrama de flujo mostrado en la Figura 2.4, el cual describe el método de Diferenciación Numérica.

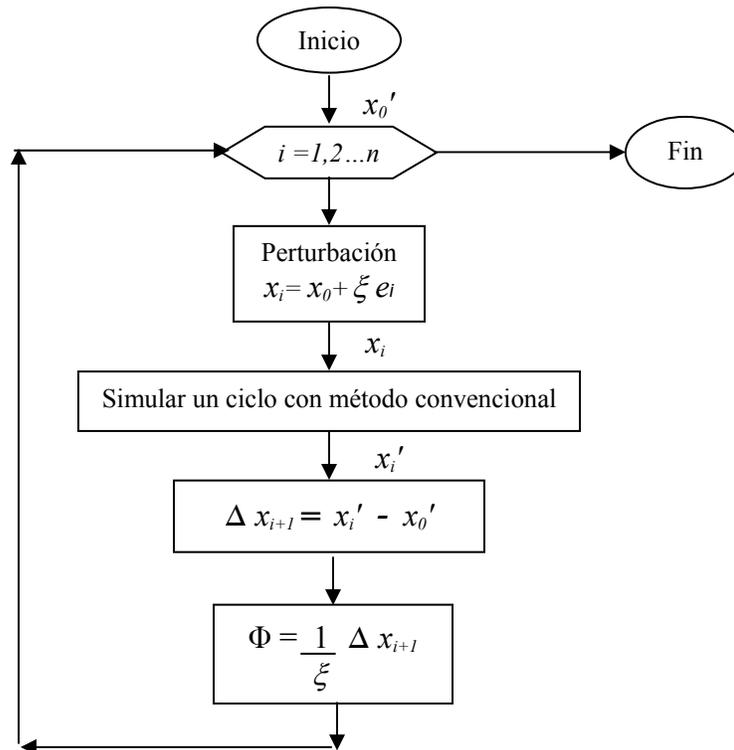


Figura 2.4 Proceso de Diferenciación Numérica

### 2.3.3.2 Aproximación Directa

Con el método de aproximación directa  $\Phi(T)$  se puede obtener directamente de la Ecuación (2.11), para lograr esto, se crean  $n$  problemas separados usando los vectores iniciales  $\Delta x_0$  de la Ecuación (2.15), para  $i=1, \dots, n$ . Así, el problema toma la forma de la Ecuación (2.7), donde

$$f(x(t), t) = J(t)\Delta x(t) \quad (2.36)$$

Se resuelven  $n$  Ecuaciones (2.11) de  $t = 0$  hasta  $t = T$  para obtener  $\Delta x_i(T)$  ( $i=1, \dots, n$ ) y ensamblar estos en  $\Phi(T)$  como,

$$\Phi(T) = [\Delta x_1(T), \Delta x_2(T) \dots \Delta x_n(T)] \quad (2.37)$$

El método de Runge Kutta de cuarto orden (o cualquier otra técnica convencional) puede ser aplicada secuencialmente con  $i=1, 2, \dots, n$  ó puede ser aplicada para cada paso de tiempo  $\Delta t$  para todo  $i=1, 2, \dots, n$ . Ahora, de la Ecuación (2.13) sabemos que  $\Delta x_0$  es un vector de dimensión  $n$ . Por lo tanto, pueden elegirse  $n$  valores diferentes,

$$x_i = e_i = [0 \dots 1 \dots 0]_i^t \quad (2.38)$$

Usando la Ecuación (2.38) el vector  $\Delta x_0$  de la Ecuación (2.13) es reemplazado por  $n$  vectores que son las  $n$  columnas de  $I_n$  (matriz identidad  $n \times n$ ) [16].

El procedimiento de Aproximación Directa, se ilustra detalladamente mediante el diagrama de flujo de la Figura 2.5.

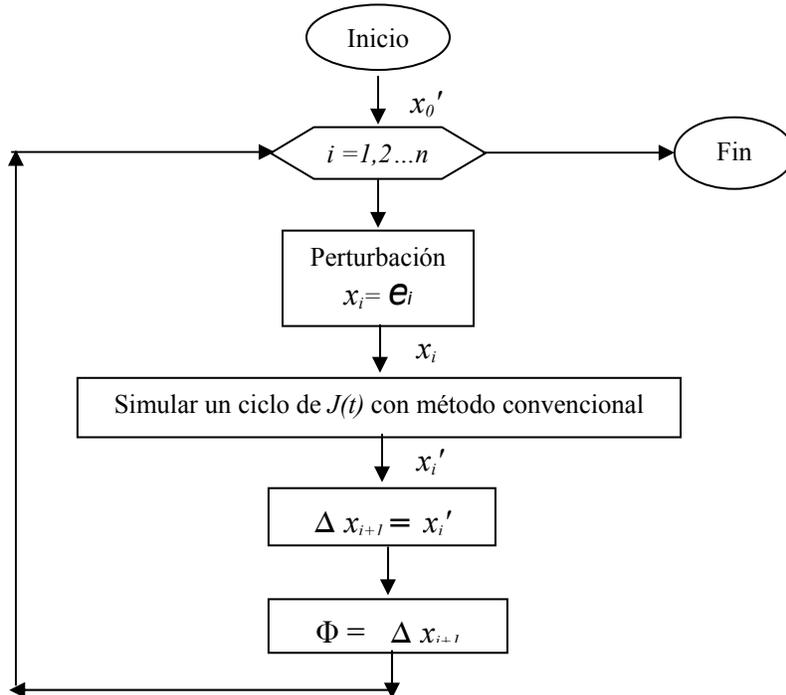


Figura 2.5 Proceso de Aproximación Directa

### 2.3.3.3 Matriz Exponencial

A continuación, se describe el procedimiento para el cálculo de la matriz exponencial.

Considere el problema general de la forma

$$\dot{x} = A(t)x \quad (2.39)$$

donde se tiene que la condición inicial de este problema puede ser representada mediante:

$$x_o = x(0) \quad (2.40)$$

actualizando la variable de estado  $x_k$

$$\frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} = A(t_k)x_k \quad (2.41)$$

despejando de la Ecuación (2.41)  $x_{k+1}$  se obtiene:

$$x_{k+1} = A(t_k)x_k \Delta t + x_k \quad (2.42)$$

factorizando la Ecuación (2.42), se obtiene la siguiente expresión matemática:

$$x_{k+1} = x_k (I + A(t_k) \Delta t) \quad (2.43)$$

La Ecuación (2.43) puede ser resuelta en forma numérica mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden.

En forma analítica la Ecuación de estado, se resuelve de la siguiente manera:

$$\dot{x} = A(t)x \quad (2.44)$$

donde:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x \quad (2.45)$$

$$\frac{dx}{x} = A(t)dt \quad (2.46)$$

integrando ambos miembros de la Ecuación (2.46), se tiene:

$$\ln x(t) - \ln x_o = \int_0^t A(\tau)d\tau \quad (2.47)$$

aplicando las leyes de los logaritmos al primer miembro de la Ecuación (2.47), se obtiene:

$$\ln \left( \frac{x(t)}{x_o} \right) = \int_0^t A(\tau)d\tau \quad (2.48)$$

multiplicando por  $e$  ambos miembros de la Ecuación (2.48), se obtiene:

$$\frac{x(t)}{x_o} = e^{\int_0^t A(\tau) d\tau} \quad (2.49)$$

despejando  $x(t)$  de la Ecuación (2.49), se obtiene la siguiente expresión matemática:

$$x(t) = x_o e^{\int_0^t A(\tau) d\tau} \quad (2.50)$$

en la ecuación (2.50),  $A(\tau) = \Delta t \sum_{k=1} A_k$ , además  $A(\tau)$  es una matriz Jacobiana, por lo tanto se tiene:

$$x(t) = x_o e^{\int_0^t J(t) dt} \quad (2.51)$$

una vez que se ha integrado la matriz Jacobiana en el intervalo de 0 a  $t$  se tiene que realizar el cálculo de la matriz exponencial  $e^M$ .

Donde

$$M = \int_0^T J(t) dt \quad (2.52)$$

numéricamente se tiene que:

$$M = \Delta t \sum_{k=1}^n J_k \quad (2.53)$$

mediante el análisis de valores y vectores característicos se tiene:

$$\lambda_i \longrightarrow \Lambda \quad (2.54)$$

$$v_i \longrightarrow V \quad (2.55)$$

ahora bien

$$Mv_i = v_i \lambda_i \quad (2.56)$$

sustituyendo las Ecuaciones (2.54) y (2.55) en la Ecuación (2.56), se tiene:

$$MV = V\Lambda \quad (2.57)$$

despejando  $M$  de la Ecuación (2.57), se obtiene la siguiente expresión:

$$M = V\Lambda V^{-1}$$

además

$$f(M) = f(V\Lambda V^{-1}) = Vf(\Lambda)V^{-1} \quad (2.58)$$

por ejemplo para  $e^M$ , se tiene:

$$e^M = Ve^\Lambda V^{-1} \quad (2.59)$$

o bien:

$$\Phi(T) = e^M = Ve^\Lambda V^{-1} \quad (2.60)$$

donde  $\Lambda$ , es la matriz diagonal de valores característicos.

## CAPÍTULO 3

# MODELOS DE COMPONENTES NO LINEALES Y VARIANTES EN EL TIEMPO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS

### 3.1 Introducción

En un sistema eléctrico ideal el voltaje y la frecuencia en los distintos puntos de la red son constantes, presentando solo la componente fundamental (nulo contenido armónico) y un factor de potencia cercano a la unidad. En particular, estos parámetros deben ser independientes del tamaño y de las características de las cargas de los consumidores, esto se puede obtener solo si las cargas individuales o grupo de cargas son equipadas con compensadores de potencia reactiva para hacer la red independiente de cambios probables que aparezcan en los puntos de distribución [17].

En el pasado, los capacitores e inductores controlados mecánicamente y reactores saturados se aplicaron para controlar el voltaje del sistema. Desde finales de los años 1960's, los Reactores Controlados por Tiristores junto con Capacitores Fijos o Capacitores Conmutados por Tiristores se han utilizado para inyectar o absorber potencia reactiva [17]. Estos controladores estáticos de Volts-Amperes Reactivos (VARs) son utilizados para prevenir parpadeos de voltaje causados por cargas industriales tales como hornos de arco eléctrico, los cuales causan cambios muy rápidos en la potencia reactiva y también introducen un desbalance de carga fluctuante entre las tres fases [18]. Así también, es una práctica utilizar compensación de potencia reactiva para controlar la magnitud del voltaje dinámico, mejorar la estabilidad de la interconexión entre dos sistemas de corriente alterna, corregir el desbalance de cargas y corregir el factor de potencia en un nodo particular en cualquier sistema eléctrico. La compensación de las cargas es una de las técnicas utilizadas para el control de la potencia reactiva y para mejorar la calidad de la energía en los sistemas eléctricos de corriente alterna [17].

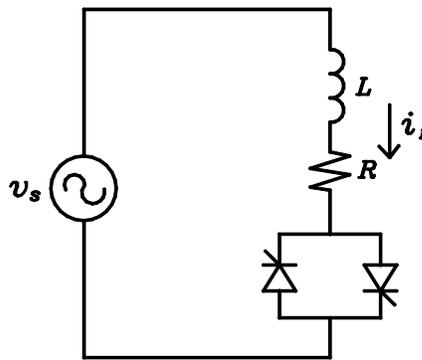
El objetivo de este capítulo es dar a conocer el principio de operación de los Reactores Controlados por Tiristores (*TCR's* por sus siglas en inglés), Capacitores Conmutados por Tiristores (*TSC's* por sus siglas en inglés), Sistemas Estáticos de Vars (*SVS's* por sus siglas en inglés), Reguladores de Voltaje de Dinámico (*DVR* por sus siglas en inglés), hornos de arco eléctrico y establecer los modelos matemáticos que rigen el comportamiento dinámico de estos dispositivos. Estos modelos matemáticos se resuelven en el dominio del tiempo mediante tres métodos de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias. El primero de ellos es un método convencional de Runge Kutta (RK) de cuarto orden también conocido como *Fuerza Bruta* (FB), el segundo y el tercero mediante las técnicas Newton *Diferenciación Numérica* (DN) y *Aproximación Directa*

(AD). Los resultados se presentan mediante tablas comparativas, que muestran los errores máximos obtenidos durante el proceso de solución en el dominio del tiempo con los métodos implantados y se realiza un análisis de estos resultados en términos de eficiencia computacional y del número de ciclos requeridos para obtener el estado estacionario periódico. Por último, se ilustran de manera gráfica los resultados de la solución en estado estacionario en el dominio del tiempo de parámetros específicos de cada dispositivo, tomado en consideración la conmutación de los equipos de electrónica de potencia y se muestran los espectros armónicos de las formas de onda no senoidales. En el Apéndice B de la tesis, se presentan los listados y corridas de los programas desarrollados en Fortran 90 del método de RK de cuarto orden y de las técnicas Newton DN y AD.

### 3.2 Reactores Controlados por Tiristores (TCRs)

Los reactores controlados por tiristores actúan como inductores variables [18], en los cuales la corriente (de compensación reactiva) se puede variar continuamente, sin pasos, entre un valor cero y un valor máximo correspondiente a la conducción completa. La corriente reactiva siempre está atrasada, por lo que la potencia reactiva solo puede ser absorbida [19].

El principio básico de un Reactor Controlado por Tiristores (*TCR*) se puede entender si se considera el circuito monofásico de la Figura 3.1, donde un inductor  $L$  se conecta a la fuente de corriente alterna  $v_s$  a través de un control bi-direccional, el cual consiste de tiristores conectados en antiparalelo; estos tiristores son conmutados para obtener la corriente a través del inductor en estado estacionario. La conmutación se obtiene como una función del ángulo de retardo  $\alpha$  del tiristor, generalmente igual para ambos tiristores [18].



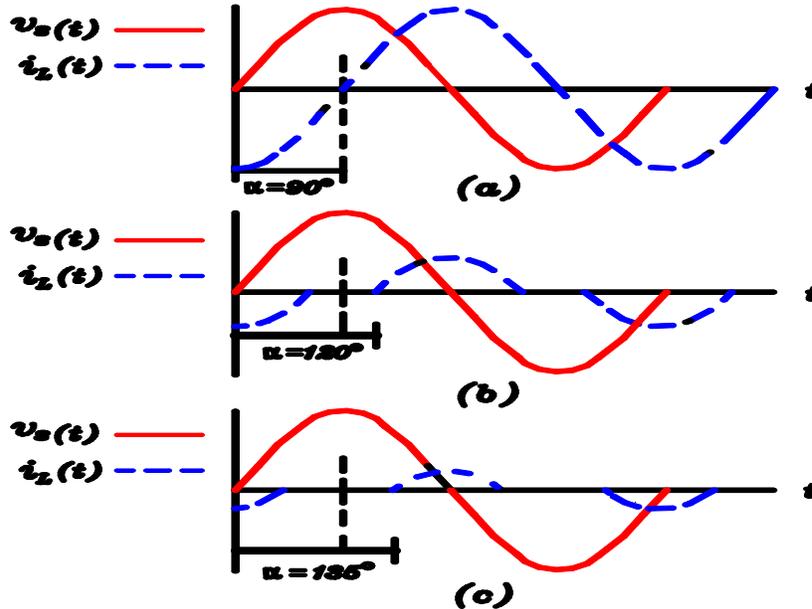
**Figura 3.1** Circuito monofásico de un reactor controlado por tiristores (*TCR*)

Con el fin de conocer el comportamiento del *TCR*, considere la Figura 3.2, la cual muestra que la forma de onda de la corriente varía en respuesta al diferente ángulo de disparo  $\alpha$ . Si se considera que la componente resistiva  $R$  del inductor es pequeña ( $R=0$ ), la magnitud de  $i_L$  se puede expresar como ( $I_L$ ):

$$I_L = \frac{V}{\omega L} \quad (\omega = 2\pi f) \quad (3.1)$$

donde  $V$  es la amplitud del voltaje  $v_s$  y  $L$  es el inductor.

En la Figura 3.2(a), se observa que la corriente del inductor contiene únicamente la componente de frecuencia fundamental sin ninguna armónica; esto debido a que un ángulo de retardo  $\alpha$  en un rango de  $0-90^\circ$  respecto del voltaje  $v_s$ , no tiene control sobre  $i_L$ .



**Figura 3.2** Corriente del reactor controlado por tiristores cuando (a)  $\alpha = 90^\circ$ , (b)  $\alpha = 120^\circ$  y (c)  $\alpha = 135^\circ$

Si el ángulo  $\alpha$  se encuentra entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ ,  $i_L$  se puede controlar, obteniendo una conducción parcial [20], como se muestra en la Figura 3.2 (b) y 3.2 (c) correspondiendo a valores de  $\alpha$  de  $120^\circ$  y  $135^\circ$ , respectivamente. El ángulo  $\alpha$  se mide desde el cruce por cero del voltaje  $v_s$ , este principio de control es llamado *control de fase* [19].

Claramente se observa que cuando  $\alpha$  se incrementa,  $i_L$  se reduce [18]. El efecto de incrementar el ángulo  $\alpha$  es reducir la componente armónica fundamental de la corriente [19], esto es equivalente a incrementar la inductancia efectiva del reactor, reduciendo su potencia reactiva también como su corriente [19,20], permitiendo así un control sobre el valor efectivo de la inductancia ( $L_{eff}$ ) conectada al voltaje de la compañía suministradora, puesto que:

$$L_{eff} = \frac{V}{\omega I_L} \quad (3.2)$$

donde  $V$  es la amplitud del voltaje  $v_s$  e  $I_L$  es la corriente a través del inductor  $L$ .

Por lo tanto, la potencia reactiva inductiva ( $Q_I$ ) liberada por el reactor controlado por tiristores monofásico a la frecuencia fundamental es:

$$Q_I = VI_L = \frac{V^2}{\omega L_{eff}} \quad (3.3)$$

La corriente del reactor no es una onda senoidal pura entre  $\alpha > 90^\circ$  y  $\alpha < 180^\circ$ , como puede observarse de las formas de onda de las Figuras 3.2 (b) y 3.2 (c). Conforme  $\alpha$  se incrementa de  $90^\circ$  a  $180^\circ$ , la magnitud de la corriente se reduce y la forma de onda es cada vez menos senoidal [18,21]. Las corrientes armónicas producidas serán todas de orden impar, es decir, 3, 5, 7, 9, 11, 13,... siempre y cuando el ángulo de retardo  $\alpha$  sea el mismo para ambos tiristores [21]. Para prevenir las armónicas de tercer orden y los múltiplos de las armónicas de tercer orden, se conecta el *TCR* en delta (*TCR* de 6 pulsos) de manera que estas armónicas circulen a través de los inductores conectados en delta y no se introduzcan al sistema de la compañía suministradora [18]. La eliminación de la 5a y 7a armónicas se logra mediante dos *TCRs* de seis pulsos, obteniendo *TCRs* de doce pulsos. Con el esquema de doce pulsos las armónicas características más bajas son 11 y 13; estas se pueden filtrar con un banco de capacitores simple [20].

El modelo matemático que describe el comportamiento dinámico del reactor controlado por tiristores se obtiene de la Figura 3.1, a la que aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) resulta en:

$$v_s = v_L + v_R \quad (3.4)$$

ahora bien:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (3.5)$$

$$v_R = Ri_L \quad (3.6)$$

sustituyendo las Ecuaciones (3.5) y (3.6) en la Ecuación (3.4) resulta en:

$$v_s = L \frac{di_L}{dt} + Ri_L \quad (3.7)$$

despejando la Ecuación (3.7) para  $\frac{di_L}{dt}$ :

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_s}{L} - \frac{Ri_L}{L} \quad (3.8)$$

incluyendo la señal de compuerta de los tiristores  $s(t)$ , la cual representa el ángulo ( $\alpha$ ) de retardo de los tiristores, se tiene que:

$$\frac{di_L}{dt} = \left( \frac{v_s}{L} - \frac{Ri_L}{L} \right) s(t) \quad (3.9)$$

donde  $s(t)$  es la señal de compuerta de los tiristores que indica el estado en que se encuentran los tiristores, el cual puede ser de conducción o de bloqueo. El estado de conducción corresponde a un circuito cerrado, la corriente por alguno de los dos tiristores conectados en antiparalelo, puede alcanzar valores elevados pero el voltaje es nulo. En el caso de un circuito inductivo, la corriente se extiende después del cruce por cero del voltaje de referencia y el fin de conducción por los tiristores depende de la extinción de

esta corriente [22]. El estado de bloqueo, corresponde a un circuito abierto; la corriente por cualquiera de los tiristores en antiparalelo es muy pequeña y el voltaje es elevado. En el Apéndice C de esta tesis, se describe la manera en que se lleva a cabo la simulación de la señal de compuerta  $s(t)$  de los tiristores.

Reordenando términos de la Ecuación (3.9) y expresándolos mediante una ecuación de estado se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s(t)}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_s s(t)}{L} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

En los programas desarrollados en Fortran 90, la conmutación de los tiristores, se presenta mediante un 1 cuando alguno de los tiristores conduce y con un 0 cuando ninguno de los dos tiristores conduce, ver Apéndice C.

### 3.2.1 Análisis de resultados del Reactor Controlado por Tiristores (TCR)

La Ecuación de estado (3.10), se resolvió mediante los programas Fuerza Bruta (FB), Diferenciación Numérica (DN) y Aproximación Directa (AD), respectivamente, considerando la conmutación de los tiristores. En la tabla 3.1, se muestra la solución comparativa de estos tres métodos para un ángulo de disparo de los tiristores de  $130^\circ$ . En la Tabla, los valores indican el máximo error calculado durante la solución de la variable de estado  $i_L$ , para un criterio de convergencia de  $10^{-10}$  p.u.

**Tabla 3.1** Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del TCR

NC	FB	DN	AD
1	1.929061E-02	1.929061E-02	1.929061E-02
2	4.013628E-04	4.013628E-04	4.013628E-04
3	2.855811E-04	2.855811E-04	2.855811E-04
:	:	:	:
8	5.208245E-05	5.208245E-05	5.208245E-05
10	2.636794E-05	6.822320E-14	6.822332E-14
11	1.876154E-05		
:			
46	1.258970E-10		
47	8.957939E-11		

En la tabla 3.1, se observa el número de ciclos (NC) necesarios para alcanzar la convergencia de la variable de estado  $i_L$  al *ciclo límite*. Obsérvese que el método FB requiere de 47 ciclos, mientras que las técnicas Newton DN y AD requirieron únicamente de 10 ciclos para alcanzar el *ciclo límite*, esto representa el 21% en comparación con los ciclos aplicados por el método FB. En las técnicas Newton el ciclo 8 es el ciclo base [12], a partir del cual se aplican las técnicas de aceleración de las variables de estado. Los métodos programados consideran 512 puntos por ciclo y una frecuencia de 60 Hz. Los valores de los parámetros utilizados para este caso de estudio son:  $R=0.1$ ,  $L=1.0$ .

Por otra parte, se hizo uso del software de graficación de Fortran 90, llamado “Compaq Array Visualizer”, con el fin de poder observar el comportamiento del dispositivo *TCR* en el dominio del tiempo. En las Figuras 3.3 (a)-(c), se muestran las formas de onda de la corriente para valores de ángulo de disparo de  $90^\circ$ ,  $130^\circ$  y  $150^\circ$ , respectivamente y sus correspondientes espectros armónicos. Se puede observar que la armónica individual de mayor magnitud es la tercera, con 55% y 80% para  $\alpha = 130^\circ$  y  $150^\circ$ , respectivamente. Obsérvese que conforme se incrementa el ángulo de disparo de los tiristores, la tercera armónica también se incrementa. La quinta y séptima armónicas, también son de consideración, mientras que las armónicas de orden superior son despreciables. Los resultados obtenidos con el modelo descrito del *TCR* se han verificado para los distintos valores de  $\alpha$  con los presentados por las referencias [19, 23, 24].

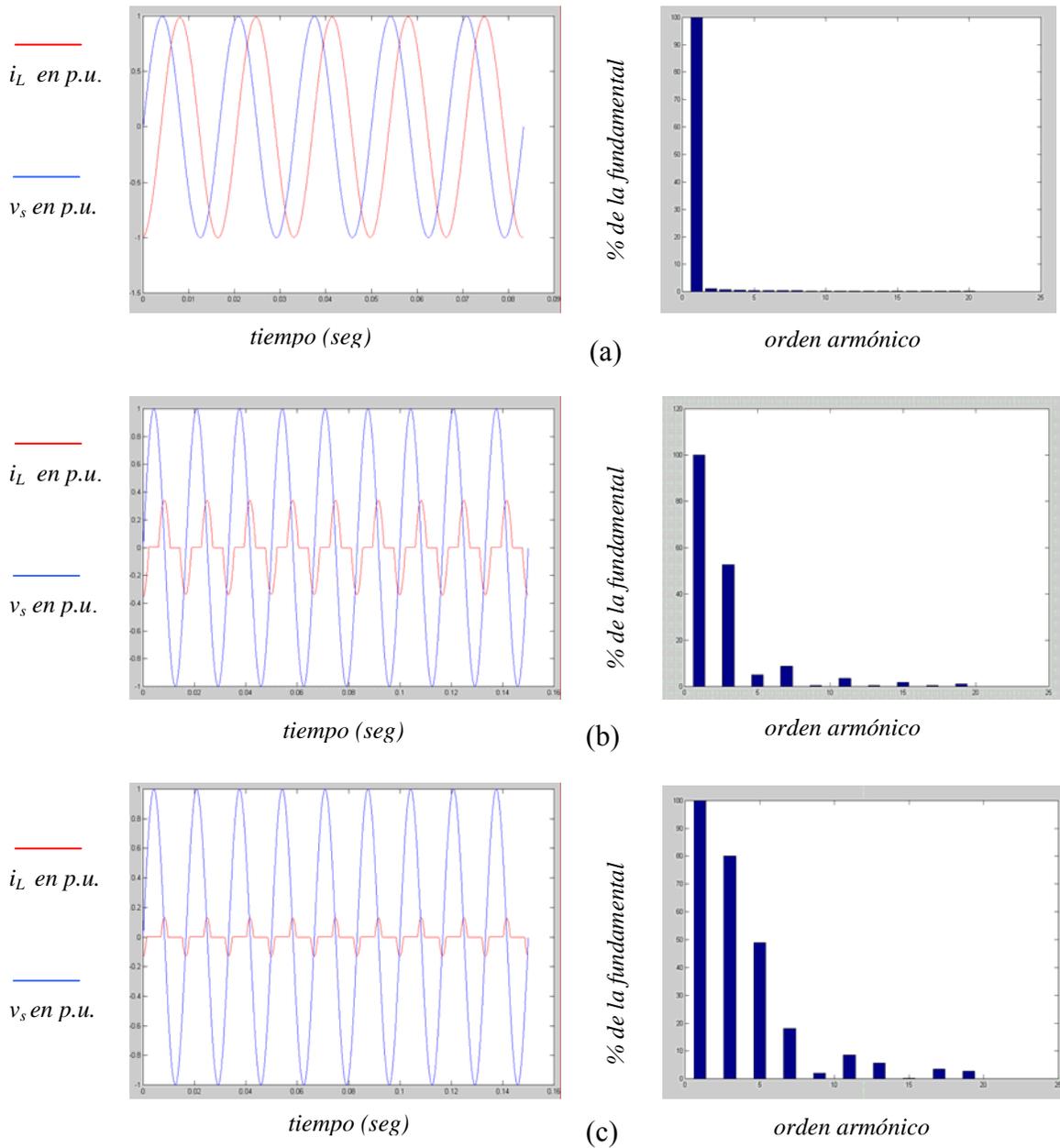
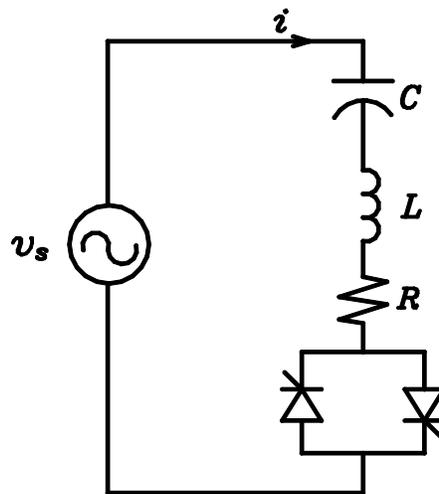


Figura 3.3 Variable de estado  $i_L$  vs tiempo y espectro armónico para (a)  $\alpha = 90^\circ$ , (b)  $\alpha = 130^\circ$  y (c)  $\alpha = 150^\circ$

### 3.3 Capacitores Conmutados por Tiristores (TSCs)

Los capacitores conmutados por tiristores son compensadores estáticos cuya función es suministrar potencia reactiva a la red [18]. En este dispositivo la susceptancia se ajusta controlando el número de capacitores que se encuentran conduciendo, por lo que cada fase comprende varios capacitores conectados en paralelo [19]. De manera similar al reactor, cada capacitor se conecta a través de un control bi-direccional que consiste de tiristores conectados en antiparalelo. En aplicaciones de alto voltaje, el número de bancos de capacitores paralelos es limitado debido al alto costo de los tiristores [20].

Debido a que la conmutación de capacitores provoca transitorios que pueden ser grandes o pequeños dependiendo de la frecuencia resonante de los capacitores con el sistema externo [20], los circuitos *TSC* prácticos cuentan con inductancias y resistencias en serie para limitar o mantener las sobrecorrientes  $di/dt$  dentro de la capacidad de los tiristores [19]. En la Figura 3.4 se muestra un circuito *TSC* monofásico.



**Figura 3.4** Circuito monofásico de un Capacitor Conmutado por Tiristores (*TSC*)

Con el propósito de minimizar los transitorios, los circuitos de control de los tiristores se diseñan de tal manera que el instante de conmutación  $t_1$  (Figura 3.5), se elige en el momento que el voltaje del sistema  $v_s$  está en su valor máximo y de la misma polaridad que el voltaje del capacitor  $v_c$ , el cual tiene un voltaje precargado igual al valor positivo o negativo del voltaje del sistema, obtenido del cruce por cero cuando éste fue desconectado la última vez; esto asegura una conmutación libre de transitorios [19,20]. La desconexión de los capacitores se logra bloqueando los pulsos de las compuertas de ambos tiristores en el instante apropiado  $t_2$ , correspondiente al valor máximo del voltaje de corriente alterna del sistema y en un nivel máximo del voltaje del capacitor, con lo que se logrará que el flujo de corriente se detenga en el instante de su cruce por cero [17, 18]; el capacitor entonces permanecerá cargado a un voltaje pico, en cualquiera de las dos polaridades positiva o negativa, listos para la próxima operación de conexión [20]; esto se puede observar en la Figura 3.5

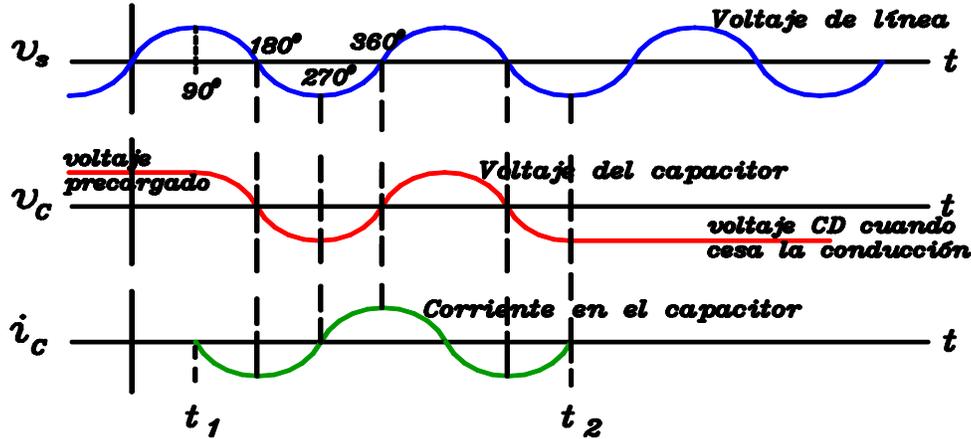


Figura 3.5 Formas de onda de voltaje y corriente de un Capacitor Conmutado por Tiristores (caso ideal)

El modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de un capacitor conmutado por tiristores se obtiene de la Figura 3.4 a la que se le aplica la ley de voltajes de Kirchoff (LVK) y se obtiene:

$$v_s = v_c + v_L + v_R \quad (3.11)$$

ahora bien:

$$v_c = \frac{1}{C} \int i dt \quad (3.12)$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (3.13)$$

$$v_R = Ri \quad (3.14)$$

derivando la Ecuación (3.12) se obtiene:

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} i \quad (3.15)$$

sustituyendo las Ecuaciones (3.13) y (3.14) en la Ecuación (3.11) resulta en:

$$v_s = v_c + L \frac{di}{dt} + Ri \quad (3.16)$$

Por lo tanto, se ha generado un sistema de ecuaciones con (3.15) y (3.16) las cuales describen el comportamiento dinámico del capacitor conmutado por tiristores. Reordenando términos de este sistema de ecuaciones e incorporando la señal de compuerta de los tiristores  $s(t)$ , se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L}i - \frac{1}{L}v_c + \frac{1}{L}v_s \\ \frac{1}{C}i \end{bmatrix} s(t) \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ C \end{bmatrix} i s(t) \quad (3.18)$$

expresando en forma matricial las Ecuaciones (3.17) y (3.18) se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L}s(t) & -\frac{1}{L}s(t) \\ \frac{1}{C}s(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L}s(t) \\ 0 \end{bmatrix} v_s \quad (3.19)$$

Por otra parte, en los programas desarrollados en Fortran 90, se introduce un 1 para la señal de compuerta, cuando alguno de los tiristores conduce y un 0 cuando ninguno de los dos tiristores conduce, ver Apéndice C.

### 3.3.1 Análisis de resultados del Capacitor Conmutado por Tiristores (TSC)

El sistema de ecuaciones de estado del TSC ha sido resuelto mediante el método convencional FB y las técnicas Newton DN y AD. La Tabla 3.2 ilustra el máximo error obtenido y número de ciclos (NC) requeridos para obtener la solución en estado estacionario de las dos variables de estado. Se puede apreciar que mediante el método FB el número de ciclos es de 138, mientras que para las técnicas Newton, se requieren únicamente 11 ciclos, es decir 8% del número de ciclos requerido por el método FB. En las técnicas Newton, se considera como ciclo base el ciclo 8, el cual se obtiene aplicando 8 veces el método de RK de cuarto orden y posteriormente se aplica una sola ocasión la técnica Newton de aceleración de las variables de estado, se calcula el ciclo base (ciclo 11) y finalmente se evalúa el error máximo de las variables de estado.

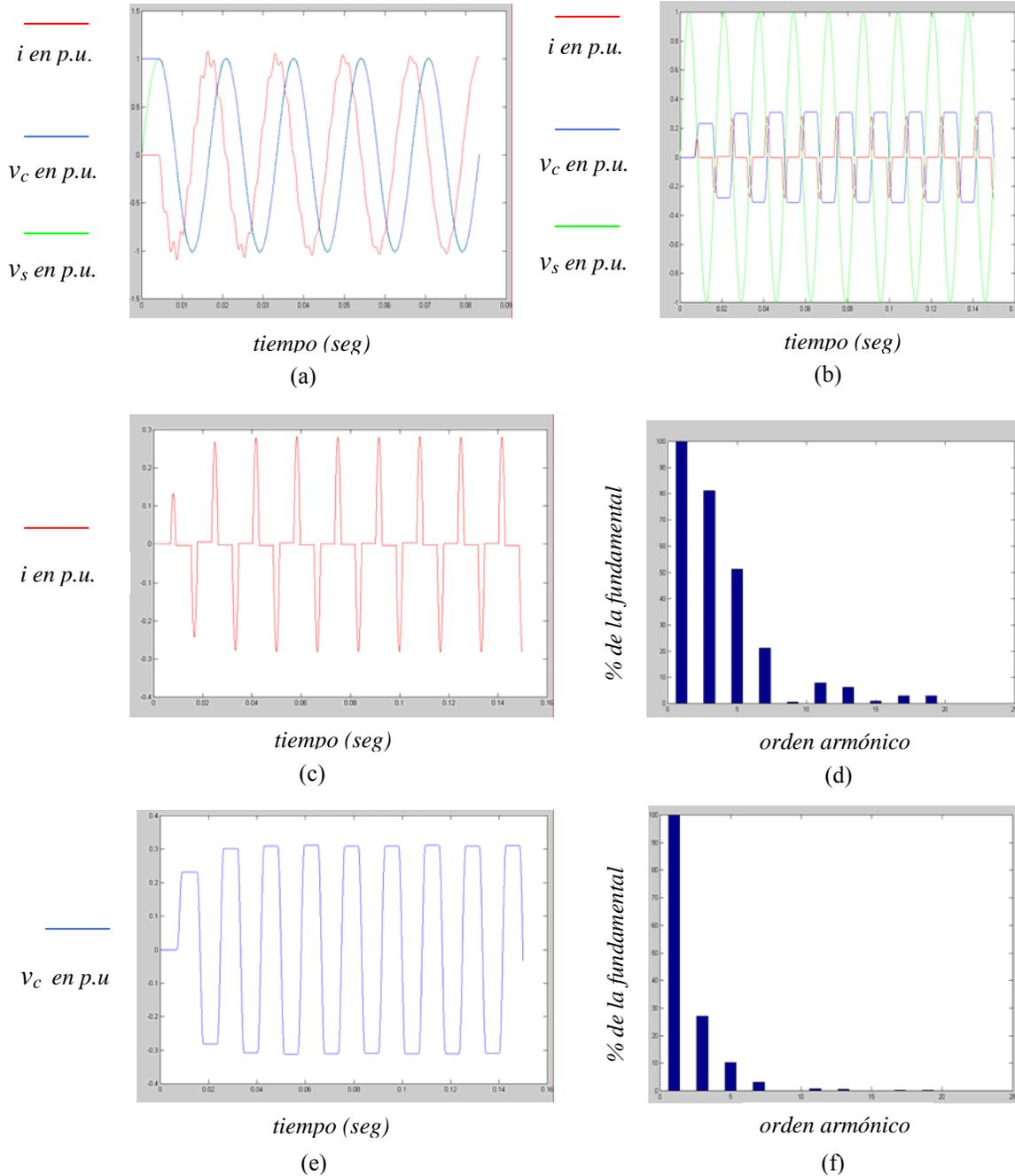
**Tabla 3.2** Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del TSC

NC	FB	DN	AD
1	2.382527E-01	2.382527E-01	2.382527E-01
2	3.741627E-02	3.741627E-02	3.741627E-02
3	3.924016E-03	3.924016E-03	3.924016E-03
...	...	...	...
8	1.328975E-03	1.328975E-03	1.328975E-03
11	8.553478E-04	3.938793E-13	3.938689E-13
...	...	...	...
137	1.027922E-10		
138	8.894756E-11		

En la Figura 3.6 (a), se puede apreciar el caso de operación de un TSC real, el cual toma en cuenta la operación libre de transitorios. En este caso, el voltaje del capacitor presenta un voltaje de precargado y la señal de voltaje de alimentación se encuentra en un pico máximo, en ese momento empieza a circular corriente a través del capacitor, tal como lo indica la línea roja dirigida hacia el valle.

En la Figura 3.6 (b), se pueden observar los comportamientos de la fuente de voltaje  $v_s$ , de la corriente a través del capacitor  $i$  y del voltaje en las terminales del capacitor  $v_c$ , respectivamente, cuando se presenta la conmutación de los tiristores del TSC con un ángulo de operación de  $150^\circ$ . En la Figura 3.6 (c), se pueden observar las formas de onda

de corriente  $i$  a través del capacitor y en la Figura 3.6 (d), su respectivo espectro armónico. Nótese que la tercera armónica alcanza un valor de 80% de la fundamental, la quinta armónica de 50% y la séptima de 20%.



**Figura 3.6** Voltajes, corrientes y espectros armónicos del TSC.

- (a)  $\dot{i}, \dot{v}_C, v_s$  vs tiempo con  $\alpha = 90^\circ$ ,
- (b)  $\dot{i}, \dot{v}_C, v_s$  vs tiempo, para  $\alpha = 150^\circ$
- (c)  $\dot{i}$  vs tiempo, para  $\alpha = 150^\circ$ ; (d) espectro armónico de  $\dot{i}$
- (e)  $\dot{v}_C$  vs tiempo, para  $\alpha = 150^\circ$ ; (f) espectro armónico de  $\dot{v}_C$

En la Figura 3.6 (e) se observa el comportamiento del voltaje  $v_c$  en las terminales del capacitor y en la Figura 3.6 (f); su respectivo espectro armónico, en donde se puede apreciar que la armónica individual de mayor magnitud es la tercera, 27%, y la quinta 10% de la fundamental, respectivamente. Los valores de los parámetros utilizados para este caso de estudio son:  $R=0.1$ ,  $L=0.8$ ,  $C=0.3$ . Los resultados obtenidos con el modelo descrito del *TSC* se han verificado para los distintos valores de  $\alpha$  con los resultados presentados por la referencia [19].

### 3.4 Sistema Estático de VARs (SVS)

El término Sistema Estático de Volts-Amperes Reactivos (*SVS* por sus siglas en inglés) se utiliza para designar la combinación de uno o más tipos básicos de compensadores estáticos de Vars (*SVCs* por sus siglas en inglés) y bancos de capacitores conmutados mecánicamente (*MSC* por sus siglas en inglés) o inductores conmutados mecánicamente (*MSR* por sus siglas en inglés) [20]. Los tipos de compensadores estáticos de VARs más comunes son: Reactores saturados (*SR* por sus siglas en inglés), Reactores controlados por tiristores (*TCR* por sus siglas en inglés), Capacitores conmutados por tiristores (*TSC* por sus siglas en inglés), Transformadores controlados por tiristores (*TCT* por sus siglas en inglés), Convertidores conmutados de línea. En sistemas de distribución, los *SVCs* son utilizados para balancear los sistemas eléctricos [20].

Idealmente un sistema estático de VARs (*SVS*) es un dispositivo que debería mantener el voltaje constante, poseer capacidad ilimitada de generación/absorción de VARs y contar con respuesta instantánea [20]. La característica  $V/I$  en estado estacionario y cuasi-estacionario del *SVS* ideal se muestra en la Figura 3.7, donde  $V$  es el voltaje del bus controlado e  $I_s$  es la corriente reactiva.

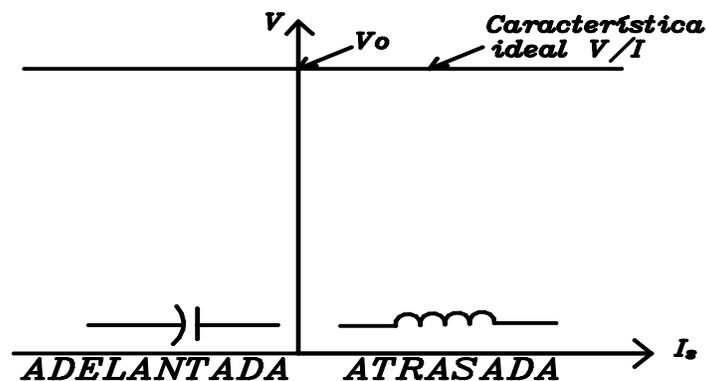


Figura 3.7 Característica  $V/I$  de un compensador ideal

En la Figura 3.8, se ilustra la derivación de las características  $V/I$  de un *SVS* real, el cual consiste de un *TCR* y un capacitor fijo (*FC* por sus siglas en inglés). La característica compuesta se deriva sumando las características individuales de los componentes [20].

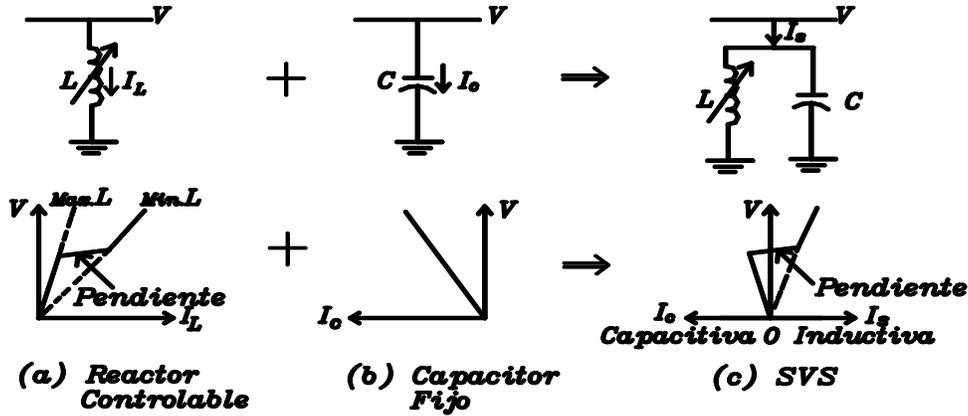


Figura 3.8 Característica compuesta de un SVS

La Figura 3.9, muestra el efecto de la variación del ángulo de disparo de los tiristores mediante  $i_L$  en conjunto con la corriente de compensación ( $i_{comp}$ ), la cual se obtiene mediante la suma de  $i_L$  e  $i_C$ , el SVS está compuesto de un TCR y un FC [25].

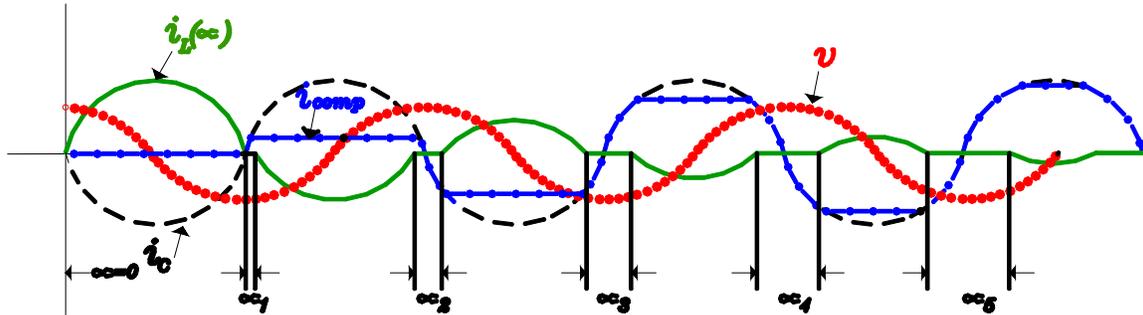


Figura 3.9 Corriente de TCR-FC en respuesta a variaciones en el ángulo de disparo

Con objeto de examinar el principio general de operación de un SVS real como el de la Figura. 3.8 cuando se aplica a un sistema de potencia, se tomará en cuenta la Figura 3.10, en donde puede observarse que la característica del rango de control del SVS está definida por la pendiente de reactancia  $X_{SL}$ . Para los voltajes que se presenten fuera del rango de control, la razón  $V/I$ , igual a la pendiente de los dos segmentos extremos de la Figura 3.8 (c), está determinada por las capacidades del inductor y del capacitor.

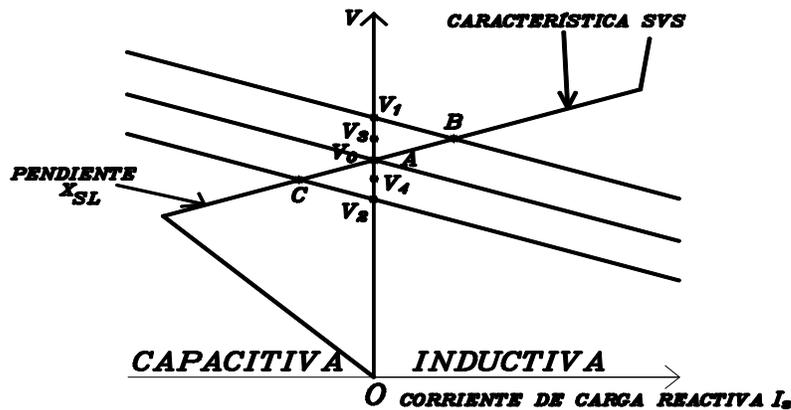


Figura 3.10 Solución gráfica de puntos de operación del SVS para diferentes condiciones del sistema

En la Figura 3.10, se observa que si el voltaje del sistema se incrementa (por ejemplo, debido a un decrecimiento en el nivel de carga del sistema),  $V$  se incrementará hasta  $V_1$  sin SVS. Sin embargo, con el SVS; el punto de operación se mueve a B; mediante la absorción de corriente reactiva por el inductor y el SVS mantiene el voltaje en  $V_3$ . Similarmente, si el voltaje fuente decrece (debido a un incremento en el nivel de carga del sistema), el SVS mantiene el voltaje en  $V_4$ , en lugar de  $V_2$  sin el SVS. Si la pendiente  $X_{SL}$  de la característica SVS fuera cero, el voltaje debería haber sido mantenida en  $V_0$  para ambos casos considerados [20].

Por otra parte, si se utilizan bancos de capacitores conmutados, se extiende el rango de control continuo del SVS. Esto se ilustra en la Figura 3.11, en donde se consideran tres bancos de capacitores, dos de los cuales son conmutados; esta conmutación se puede llevar a cabo con tiristores. El banco de capacitores que se encuentra en serie con el reactor se utiliza para absorber las corrientes armónicas debidas a la acción de control de fase del TCR [19]. En la misma Figura 3.11, se muestra la característica voltaje/corriente.

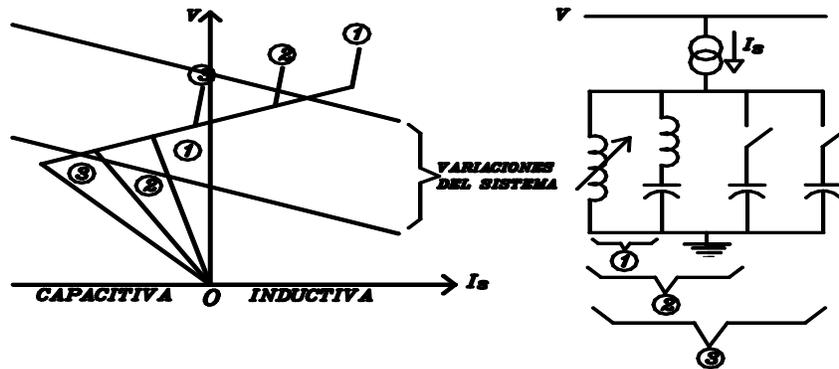


Figura 3.11 Uso de capacitores conmutados para extender el rango de control continuo

El SVS que se analizará a continuación está compuesto de un TCR y un TSC, tal como se muestra en la Figura 3.12.

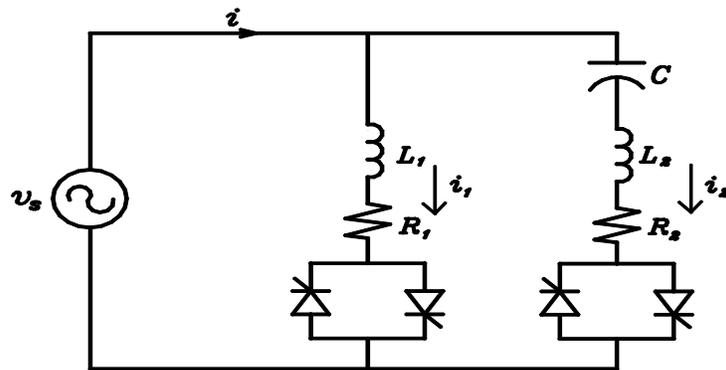


Figura 3.12 Diagrama de red monofásico de un SVS compuesto por un TCR y un TSC

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) a la malla 1:

$$v_s = v_{L1} + v_{R1} \quad (3.20)$$

ahora bien:

$$v_{L1} = L_1 \frac{di}{dt} \quad (3.21)$$

$$v_{R1} = R_1 i_1 \quad (3.22)$$

sustituyendo las Ecuaciones (3.21) y (3.22) en la Ecuación (3.20) se tiene:

$$v_s = L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i_1 \quad (3.23)$$

despejando la Ecuación (3.23) para  $\frac{di}{dt}$  se obtiene:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R_1}{L_1} i_1 + \frac{1}{L_1} v_s \quad (3.24)$$

incorporando la función de conmutación para el TCR, se obtiene:

$$\frac{di_1}{dt} = \left[ -\frac{R_1}{L_1} i_1 + \frac{1}{L_1} v_s \right] s_1(t) \quad (3.25)$$

aplicando la ley de voltajes de Kirchoff (LVK) a la malla 2 resulta en:

$$v_s = v_C + v_{L2} + v_{R2} \quad (3.26)$$

donde:

$$v_{L2} = L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (3.27)$$

$$v_{R2} = R_2 i_2 \quad (3.28)$$

sustituyendo las Ecuaciones (3.27) y (3.28) en la Ecuación (3.26) se obtiene:

$$v_s = v_C + L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 \quad (3.29)$$

despejando la Ecuación (3.29) para  $\frac{di_2}{dt}$  resulta en:

$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{R_2}{L_2} i_2 - \frac{1}{L_2} v_C + \frac{1}{L_2} v_s \quad (3.30)$$

incorporando la función de conmutación para el TSC, se obtiene:

$$\frac{di_2}{dt} = \left[ -\frac{R_2}{L_2} i_2 - \frac{1}{L_2} v_C + \frac{1}{L_2} v_s \right] s_2(t) \quad (3.31)$$

también se sabe que:

$$v_C = \frac{1}{C} \int i_C dt \quad (3.32)$$

derivando ahora la Ecuación (3.32) :

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} i_c \quad (3.33)$$

sustituyendo  $i_c$  por  $i_2$  e incorporando la función de conmutación del TSC, se obtiene:

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} i_2 s_2(t) \quad (3.34)$$

Arreglando en forma matricial las Ecuaciones (3.25), (3.31) y (3.34), se obtiene la siguiente Ecuación de Estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} s_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} s_2(t) & -\frac{1}{L_2} s_2(t) \\ 0 & \frac{1}{C} s_2(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} s_1(t) \\ \frac{1}{L_2} s_2(t) \\ 0 \end{bmatrix} v_s \quad (3.35)$$

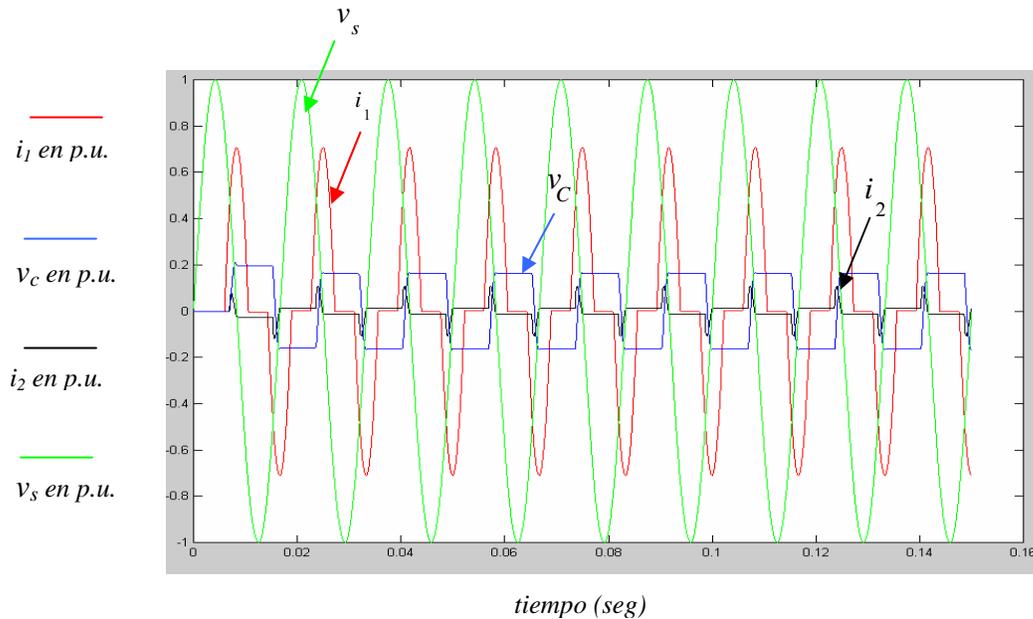
### 3.4.1 Análisis de resultados del Sistema Estático de VARs (SVS)

En la Tabla 3.3, se ilustra el máximo error calculado durante la solución en el dominio del tiempo de las tres variables de estado obtenidas del SVS. Se observa que el número de ciclos necesarios para lograr la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* es de 204 con el método FB, mientras que para las técnicas Newton DN y AD, solo son necesarios 12, esto representa el 6% en comparación con los ciclos utilizados por el método FB. En las técnicas Newton, se considera que el ciclo 8 es el ciclo base, se aplica una sola ocasión la aceleración de las variables de estado, y se evalúa su error, el cual rebasa la tolerancia especificada de  $10^{-10}$  en *p.u.*

**Tabla 3.3** Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del SVS

NC	FB	DN	AD
1	7.105841E-01	7.105841E-01	7.105841E-01
2	2.380364E-03	2.380364E-03	2.380364E-03
3	5.608231E-04	5.608231E-04	5.608231E-04
⋮	⋮	⋮	⋮
8	7.851636E-05	7.851636E-05	7.851636E-05
12	5.945056E-05	7.748246E-13	7.748726E-13
13	5.545681E-05		
⋮	⋮		
203	1.013287E-10		
204	9.452971E-11		

El comportamiento en el dominio del tiempo de la ecuación de estado (3.35), se puede observar en la Figura 3.13 en donde el *TCR* tiene un ángulo de conmutación de tiristores de  $130^{\circ}$ , mientras que el ángulo de conmutación de los tiristores del *TSC* es de  $150^{\circ}$ . Las gráficas de voltaje y de corriente de cada elemento individual ya han sido obtenidas con anterioridad y por lo mismo, se omiten los respectivos espectros armónicos.



**Figura 3.13** Comportamiento en el tiempo de un SVS compuesto por un TCR y un TSC

### 3.5 Regulador de Voltaje Dinámico (DVR)

Tradicionalmente, para los disturbios eléctricos originados en el sistema de la empresa suministradora de energía el enfoque ha sido trabajar en el lado del cliente para alimentar las cargas críticas mientras se corrigen los circuitos en el lado de la compañía. Sin embargo, una vez que estos esfuerzos se han realizado, existen todavía muchas situaciones donde no es posible proveer suficientes mejoras. En estos casos, las soluciones del lado del cliente usualmente llegan a ser muy costosas, por ejemplo, instalar grandes Sistemas Ininterrumpibles de Energía (*UPS* por sus siglas en inglés), mientras en el lado de la compañía, las opciones para construir circuitos nuevos o subestaciones puede ser muy difícil y aún así no proveer el grado de mejoramiento de energía eléctrica necesitado [26].

Dentro de los disturbios eléctricos, las depresiones de voltajes (“sags”) son considerados como disturbios dominantes que afectan la calidad de la energía. Dentro de la tecnología conocida como potencia del cliente (*Custom Power*), el Regulador de Voltaje Dinámico (*DVR* por sus siglas en inglés) es reconocido como el equipo más eficiente actualmente para contrarrestar el problema de sags de voltaje [27]. Este equipo es una invención reciente y es utilizado en sistemas eléctricos de distribución [29]; el

primer *DVR* instalado en el mundo fue en agosto de 1996 en un sistema de la compañía de potencia Duke (Norte de Carolina) 12.47 kV [26].

El regulador de voltaje dinámico (*DVR*) es un controlador de electrónica de potencia que protege a cargas sensibles de interrupciones de voltaje temporales (sags/swells) generados en el sistema de la compañía suministradora [29]. Durante la depresión de voltaje, el dispositivo de almacenamiento suministra energía al sistema de distribución para compensar la depresión [27], por lo que el *DVR* es capaz de generar o absorber independientemente potencia real y reactiva controlable en sus terminales de salida de corriente alterna [29]. En la Figura 3.14, se ilustra la función y estructura de los reguladores de voltaje dinámicos utilizando un diagrama típico del *DVR*.

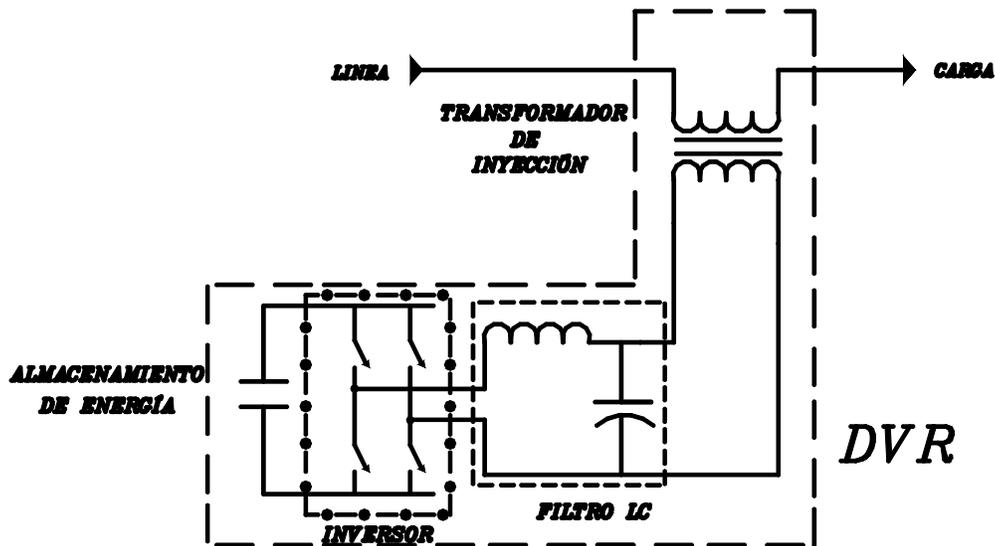


Figura 3.14 Esquema típico de un regulador de voltaje dinámico (*DVR*)

La función del dispositivo *DVR* es inyectar voltajes apropiados ( $v_{dvr}$ ) en cada una de las fases a través de los transformadores de inyección conectados en serie [28,30] y en sincronismo con los alimentadores de distribución. La amplitud y el ángulo de fase de los voltajes inyectados son variables, permitiendo de ese modo el control de la potencia real y reactiva intercambiada entre el dispositivo *DVR* y el sistema de distribución; la potencia reactiva intercambiada entre el *DVR* y el sistema de distribución es generada internamente por el *DVR* sin componentes reactivos pasivos de corriente alterna; la potencia real intercambiada en las terminales de salida de corriente alterna del *DVR* es suministrada por la terminal de entrada de corriente directa desde una fuente de energía externa o un sistema de almacenamiento de energía [29]. El *DVR* garantiza así la existencia de un sistema trifásico simétrico de corriente alterna con un valor de voltaje constante en el lado de la carga [30].

A nivel internacional, se han estudiado dos estructuras diferentes del *DVR* reportado en [29], en la primera se conecta un filtro capacitivo en el lado secundario del transformador de inyección, es decir en el lado del sistema de distribución. Aquí, la

función del filtro es prevenir la entrada de frecuencias armónicas al *DVR*. La principal desventaja es que la conexión directa del *inversor de fuente de voltaje* (*VSI* por sus siglas en inglés) al primario del transformador de inyección provoca pérdidas en el circuito del transformador, ya que las variaciones del flujo de frecuencias altas causan incrementos importantes en pérdidas en el núcleo del transformador. Para evitar esto, la segunda estructura considera que el filtro *LC* se localiza en el primario del transformador de inyección y el secundario del transformador se conecta directamente al alimentador de distribución, como se mostró en la Figura 3.14 [29]. Este esquema de filtrado es preferible debido a que es de conocimiento que el remedio efectivo del problema armónico, se obtiene mediante la localización de los filtros cercanos a la fuente armónica [27]; esta segunda estructura será objeto de estudio en la presente tesis.

El *DVR* emplea conmutadores de electrónica de potencia de estado sólido en un inversor con modulación de ancho de pulsos (*PWM*) [29]. La función del *inversor de fuente de voltaje* (*VSI*) es sintetizar los voltajes de inyección necesarios para compensar las depresiones de voltaje. La función del filtro en el lado primario del transformador de inyección es atenuar las armónicas de orden superior causadas por las acciones de conmutación en el inversor, mientras el transformador de inyección se utiliza para elevar y acoplar el voltaje inyectado al sistema de distribución [27].

El circuito equivalente monofásico del *DVR* con el filtro *LC* en el lado primario del transformador de inyección, se muestra en la Figura 3.15. En esta Figura, el filtro armónico del *DVR* tiene una inductancia  $L_f$  y una capacitancia  $C$  [28], la inductancia  $L_T$  representa la inductancia de dispersión del transformador de inyección. Las pérdidas de conmutación del *VSI* se representan por la resistencia  $R_i$ , la modulación del ancho de pulso del *VSI* se denota por la fuente de voltaje variable  $v_o = v_{dc}U$  donde  $v_{dc}$  es el voltaje de corriente directa del *VSI* y  $U$  es el estado de conmutación del inversor; se considera que la fuente de corriente  $i_s$  es una función forzada independiente en este circuito equivalente [29].

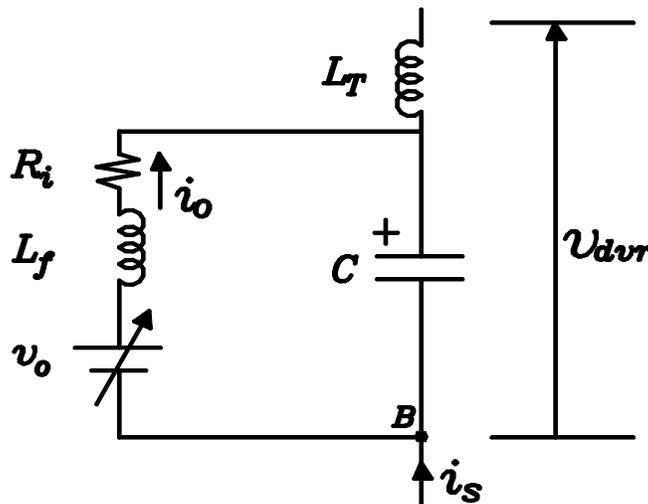


Figura 3.15 Circuito equivalente del *DVR* con filtro *LC*

El *DVR* es un dispositivo no lineal debido a la presencia de conmutación de semiconductores de potencia en el inversor. Sin embargo, mediante su representación en espacio de estado es posible expresar el comportamiento dinámico del *DVR* por medio de un conjunto de ecuaciones diferenciales [28]. De la Figura 3.15, puede obtenerse el modelo matemático que describe el comportamiento dinámico del *DVR*:

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) a la única malla del circuito de la Figura 3.15, se obtiene:

$$-v_o + v_{L_f} + v_{R_i} + v_c = 0 \quad (3.36)$$

se sabe que:

$$v_{L_f} = L_f \frac{di_o}{dt} \quad (3.37)$$

$$v_{R_i} = R_i i_o \quad (3.38)$$

sustituyendo las Ecuaciones (3.37) y (3.38) en la Ecuación (3.36) resulta en:

$$-v_o + L_f \frac{di_o}{dt} + R_i i_o + v_c = 0 \quad (3.39)$$

despejando  $\frac{di_o}{dt}$  de la Ecuación (3.39) se tiene que:

$$\frac{di_o}{dt} = -\frac{R_i}{L_f} i_o - \frac{1}{L_f} v_c + \frac{1}{L_f} v_o \quad (3.40)$$

donde

$$v_o = v_{dc} U \quad (3.41)$$

sustituyendo la Ecuación (3.41) en la Ecuación (3.40) se obtiene:

$$\frac{di_o}{dt} = -\frac{R_i}{L_f} i_o - \frac{1}{L_f} v_c + \frac{v_{dc}}{L_f} U \quad (3.42)$$

aplicando ahora la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) al nodo B:

$$i_o - i_c - i_s = 0 \quad (3.43)$$

resolviendo la Ecuación (3.43) para  $i_c$

$$i_c = i_o - i_s \quad (3.44)$$

también se sabe que:

$$v_c = \frac{1}{C} \int i_c dt \quad (3.45)$$

derivando y despejando la Ecuación (3.45) resulta en:

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad (3.46)$$

sustituyendo la Ecuación (3.46) en la Ecuación (3.44):

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} i_o - \frac{1}{C} i_s \quad (3.47)$$

expresando en ecuación de estado las Ecuaciones (3.42) y (3.47):

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_o \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_i}{L_f} & \frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_{dc}}{L_f} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ i_s \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

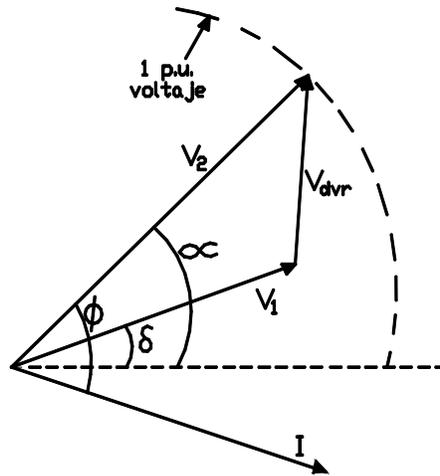
el voltaje suministrado o absorbido por el DVR es  $v_{dvr}$ .

$$v_{dvr} = v_c - L_T \frac{di_s}{dt} \quad (3.49)$$

el voltaje total entregado a la carga sensible es:

$$v_2 = v_1 + v_{dvr} \quad (3.50)$$

en forma vectorial se tiene que:



**Figura 3.16** Diagrama fasorial describiendo al DVR cuando se presenta una depresión

En donde  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_{dvr}$  e  $I$ , son las magnitudes del voltaje de suministro, el voltaje compensado del lado de la carga, el voltaje inyectado del DVR y la corriente de carga, respectivamente. Además  $\phi$ ,  $\delta$  y  $\alpha$  representan el ángulo del factor de potencia de la

carga, el ángulo de fase del voltaje de suministro y el ángulo avanzado del voltaje de carga, respectivamente [28].

### 3.5.1 Análisis de resultados del Regulador de Voltaje Dinámico (DVR)

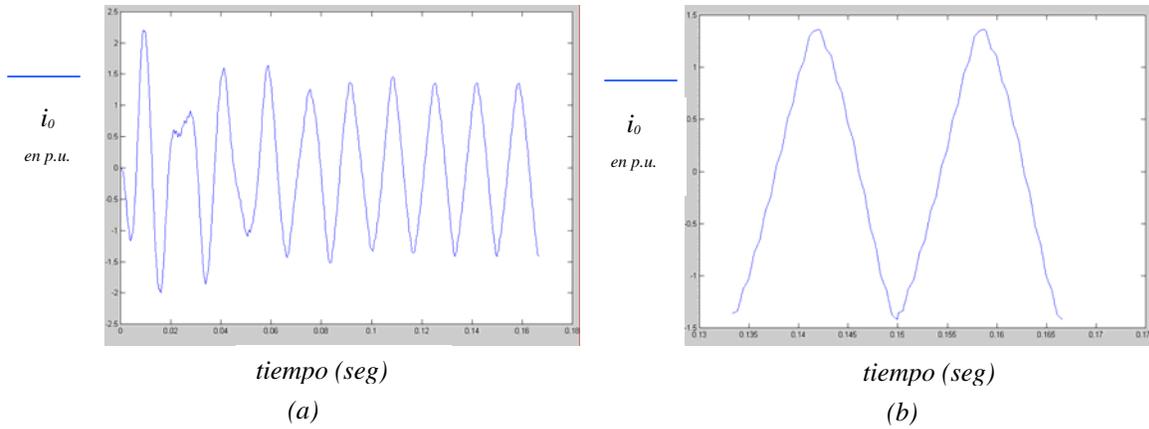
Mediante el método de FB y las técnicas Newton DN y AD, se solucionó la ecuación de estado (3.48), incorporando la modulación de ancho de pulsos (*PWM*). En la tabla 3.4, se muestra la solución comparativa de los errores máximo obtenidos durante la solución de las dos variables de estado con una tolerancia en el error de  $10^{-10}$  p.u. En este caso, se observa que el método FB requirió de 54 ciclos completos para obtener la convergencia de las variables de estado al ciclo límite, mientras que las técnicas Newton DN y AD requirieron solo de 14 ciclos cada una, es decir 25% del número de ciclos requerido por el método FB. Las técnicas Newton consideran el ciclo base en el ciclo 8 y aplican dos veces las técnicas.

**Tabla 3.4** Tabla comparativa de los errores máximos obtenidos durante la solución del DVR

NC	FB	DN	AD
1	1.767976E+00	1.767976E+00	1.767976E+00
2	1.433016E+00	1.433016E+00	1.433016E+00
3	7.147671E-01	7.147671E-01	7.147671E-01
·	·	·	·
8	6.890743E-02	6.890743E-02	6.890743E-02
11	2.021211E-02	1.086437E-10	1.086532E-10
14	5.525605E-03	2.720046E-15	2.721962E-15
·	·	·	·
54	8.128209E-11		

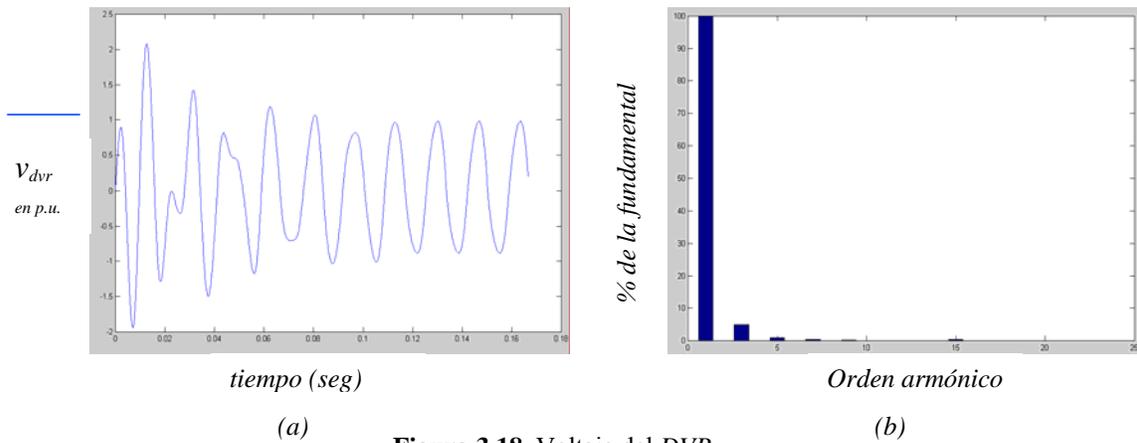
En la Figura 3.17 (a), se observa el comportamiento de la variable  $i_o$  vs tiempo durante 10 ciclos, mientras que en la Figura 3.17 (b), se muestran solo dos ciclos en estado estacionario de  $i_o$  vs tiempo. En la Figura de 3.18 (a) se ilustra el comportamiento del voltaje del DVR ( $v_{dvr}$ ) vs tiempo y su respectivo espectro armónico en la Figura 3.18 (b). De este último se observa la presencia de la tercera armónica con una magnitud de 5% de la fundamental. Los valores de los parámetros eléctricos utilizados para este dispositivo fueron:  $R_f=0.1$ ,  $L_f=0.7$ ,  $C=0.5$ ,  $L_T=0.001$  y  $V_{dc}=0.5$ .

Por otra parte, la técnica de control de modulación de ancho de pulso (*PWM*) utilizada en esta tesis es conocida como *modulación uniforme de ancho de pulso* [31]. Esta técnica considera que se crean varios pulsos en cada medio ciclo del voltaje de salida. Se utilizaron siete pulsos en cada medio ciclo, según puede observarse en la Figura 3.19. En el Apéndice C, se presenta la manera en que se lleva a cabo la simulación de los dispositivos de conmutación del DVR.



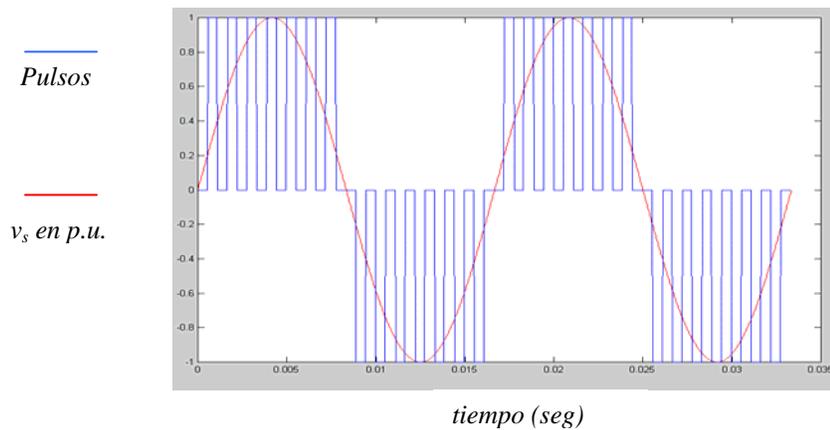
**Figura 3.17** Corriente a través del filtro

- (a)  $i_0$  vs tiempo
- (b) Estado estacionario de  $i_0$  vs tiempo



**Figura 3.18** Voltaje del DVR

- (a)  $v_{dvr}$  vs tiempo
- (b) Espectro armónico del voltaje del DVR



**Figura 3.19** Pulsos del inversor del DVR vs tiempo

### 3.6 Hornos de Arco Eléctrico

El horno de arco eléctrico es una carga no lineal variante en el tiempo que tiene la característica de generar grandes perturbaciones aleatorias en el punto de acoplamiento común con la red de la compañía de suministro eléctrico. Entre los efectos comunes más adversos de calidad de la energía introducidos por los hornos de arco eléctrico son: armónicos de voltajes y corrientes, desbalances de voltaje y corriente, bajo factor de potencia y parpadeos de voltaje (flicker) [9].

El modelo del arco propuesto en [1] se presenta en la forma de una ecuación diferencial no lineal y se basa en el principio de conservación de la energía. La ecuación del balance de potencia para el arco es [32]:

$$p_1 + p_2 = p_3 \quad (3.51)$$

donde:

$p_1$  representa la potencia transmitida en forma de calor al ambiente externo.

$p_2$  representa la potencia la cual incrementa la energía interna en el arco y por lo tanto afecta su radio.

$p_3$  representa la potencia total desarrollada en el arco y convertida en calor.

En la ecuación (3.51) se considera que el efecto de enfriamiento es una función del radio  $r$  del arco. Por lo que:

$$p_1 = k_1 r^n \quad (3.52)$$

De hecho, también es función de la temperatura del arco, esta dependencia se considera que es menos significativa y por lo tanto se ignora, con el fin de mantener un modelo simplificado. Por lo tanto, solo aparece el radio  $r$  del arco como variable de estado. Si el medio ambiente alrededor del arco es caliente, el enfriamiento del arco puede no depender de su radio por completo, por lo que en este caso  $n=0$ . Si este no es el caso y el arco es largo, entonces el área de enfriamiento es principalmente su superficie lateral, por lo que  $n=1$ . Si el arco es corto, entonces el enfriamiento es proporcional a su sección de cruce en los electrodos, por lo que  $n=2$ .

El término  $p_2$  es proporcional a la derivada de la energía dentro del arco, el cual es proporcional a  $r^2$ :

$$p_2 = k_2 r \frac{dr}{dt} \quad (3.53)$$

Finalmente,

$$p_3 = vi = \frac{k_3/r^m}{r^2} i^2 \quad (3.54)$$

En esta expresión, la resistividad de la columna del arco se asume como inversamente proporcional a  $r^m$ , donde  $m = 0 \dots 2$ , para reflejar el hecho que el arco puede estar más caliente en el interior si este tiene un radio más grande.

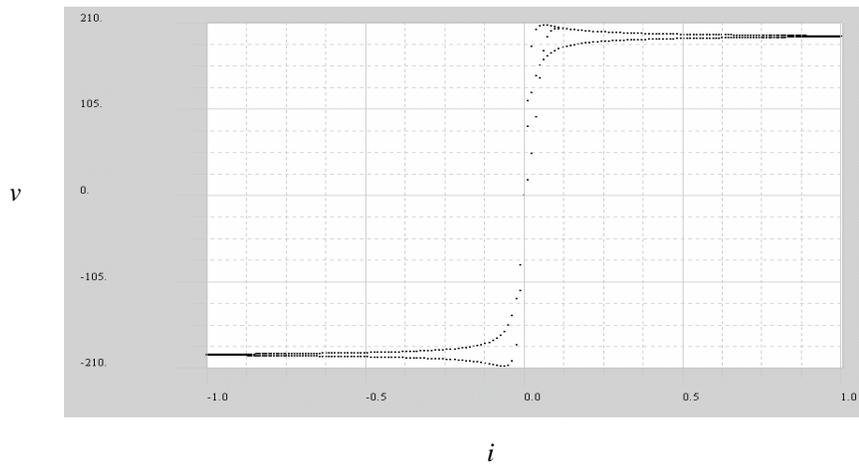
Sustituyendo las Ecuaciones (3.52), (3.53) y (3.54) en (3.51) resulta en la ecuación diferencial del arco:

$$k_1 r^n + k_2 r \frac{dr}{dt} = \frac{k_3}{r^{m+2}} i^2 \quad (3.55)$$

el voltaje del arco esta dado por

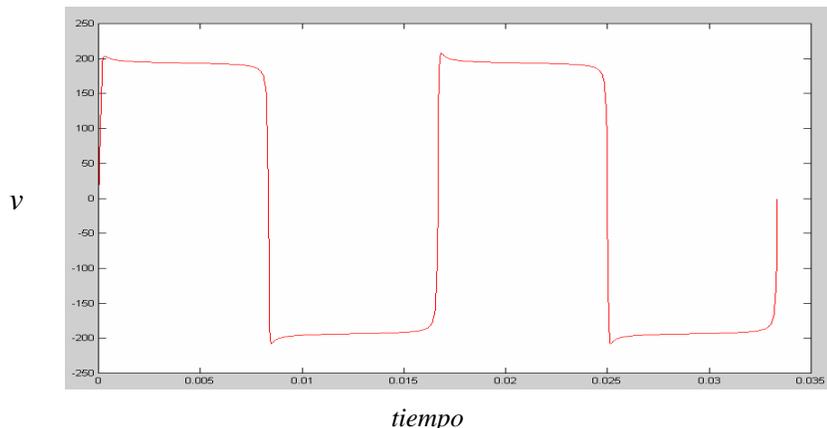
$$v = \frac{k_3}{r^{m+2}} i \quad (3.56)$$

La Figura 3.20, muestra la característica  $v-i$  correspondiente al periodo de fundición del horno de arco eléctrico. Los parámetros utilizados para este dispositivo son:  $m=0$ ,  $k_1=12.5$ ,  $k_2=1$ ,  $k_3=3000$ . En este caso no se muestra la tabla comparativa de solución por los tres diferentes métodos, esto debido a que se utilizaron los datos dados por [9] y en dos ciclos del método de FB se obtuvo la solución. Sin embargo, esta será la carga que se utilizará en las simulaciones de los casos de estudio, debido a los efectos negativos de esta carga en la calidad de la energía, mencionados previamente.



**Figura 3.20** Característica  $v-i$  del periodo de fundición del horno de arco

Durante el proceso de fundición, las formas de onda de voltaje son altamente no senoidales. En la Figura 3.21, se muestran dos ciclos de la forma de onda de *voltaje vs tiempo t*. Los resultados que se presentan son validados con los resultados presentados por la referencia [32].



**Figura 3.21** Forma de onda del *voltaje vs tiempo* del horno de arco eléctrico

## CAPÍTULO 4

# SOLUCIÓN UNIFICADA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS

### 4.1 Introducción

En el capítulo previo, se estudió el comportamiento en el dominio del tiempo de diversos elementos no lineales individuales. Frecuentemente, es necesario realizar análisis de armónicas cuando diversos componentes no lineales se conectan a los sistemas eléctricos, con el fin de poder determinar la distorsión armónica total, así como la distorsión armónica individual producida.

La dinámica de los sistemas eléctricos puede representarse adecuadamente mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias. Este conjunto de ecuaciones, generalmente se presentan mediante notación vectorial-matricial también conocido como *espacio de estado*. La notación matricial, simplifica la representación matemática de los sistemas de ecuaciones y el aumento en el número de variables de estado, de entradas o salidas, no incrementa la complejidad de las ecuaciones [33].

La razón de emplear el espacio de estado en el análisis y diseño de sistemas eléctricos es consecuencia de la necesidad de manejar un número grande de ecuaciones en una manera organizada y eficiente. Intrínseco a un espacio de estado están tres tipos de variables: *variables de entrada*, *variables de estado* y *variables de salida*, todos generalmente vectores; el espacio de estado identifica la dinámica e interacción de estas variables [34].

En el presente capítulo, se describirán los conceptos de estado y variables de estado y se seguirá un procedimiento utilizando análisis de nodos, análisis de mallas y el empleo de árboles en el análisis de lazos generales y análisis general de nodos para fabricar los modelos de estado de los circuitos eléctricos. Se proporciona un ejemplo de la formulación analítica del espacio de estados de un circuito eléctrico que cuenta con elementos lineales, no lineales y variantes en el tiempo.

Finalmente, se aplica la formulación analítica del espacio de estados a cinco redes eléctricas de prueba, las cuales incorporan distintos componentes lineales, no lineales y variantes en el tiempo, las ecuaciones de estado de los sistemas eléctricos de prueba se resuelven mediante un método convencional Runge-Kutta (RK) de cuarto orden conocido también como Fuerza Bruta (FB) y las técnicas Newton DN y AD. Los resultados obtenidos de las soluciones se comparan en términos de eficiencia computacional y número de ciclos requeridos para obtener el *ciclo límite* o estado estacionario periódico de operación.

### 4.1.1 Metodología de solución

El análisis de espacio de estados es un procedimiento que se puede aplicar a circuitos eléctricos que contienen parámetros que varían con el tiempo [35]. Estos circuitos contienen un conjunto de condiciones iniciales en  $t_0$  para las variables denominadas *variables de estado*, a este conjunto de condiciones iniciales se denomina *estado* [36].

El conocimiento de las variables en  $t=t_0$  (estado), en adición al conocimiento de las variables de entrada determinan el comportamiento del sistema eléctrico para todo  $t \geq t_0$  [36]. Las variables de estado constituyen el conjunto mínimo de variables que determinan el estado de un sistema dinámico. Si se requieren  $n$  variables de estado para describir completamente el comportamiento de un sistema dado, se pueden considerar a esas  $n$  variables como  $n$  componentes de un vector  $x$ . Tal vector recibe el nombre de *vector de estado* [33].

El conjunto de variables de estado que se seleccionarán en los circuitos eléctricos son las corrientes de inductor y los voltajes del capacitor. Cada una de estas variables puede utilizarse en forma directa para expresar la energía almacenada en el inductor o en el capacitor en cualquier instante. Es decir, colectivamente describen el estado de la energía dinámica del sistema y por esta razón, se les llama *variables de estado* [35].

La notación estándar para modelos de estado no lineales está dada por:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (4.1)$$

donde el vector de estado  $x$ , denota un vector de variables tales como corrientes y voltajes. La ecuación (4.1) establece que la derivada del vector de estado  $\dot{x}$ , es funcionalmente dependiente del valor del vector de estado  $x$ , del vector de entrada  $u$  y del tiempo presente [34]. Si  $n$  elementos del vector son un conjunto de variables de estado, a la ecuación diferencial vectorial-matricial se le conoce como *ecuación de estado*.

A continuación se presentará un método para obtener las representaciones en el espacio de estado de sistemas eléctricos que contienen elementos lineales y no lineales, estos últimos además variantes en el tiempo.

Se inicia con la teoría de grafos, la cual es una herramienta muy útil para construir representaciones matemáticas de circuitos eléctricos en el espacio de estado. Los conceptos teóricos son bien conocidos y están ampliamente explicados en la literatura [37,38].

Aquí se explican de manera concisa algunos conceptos útiles de grafos que se utilizan para formar los espacios de estado de circuitos eléctricos. Una rama en un circuito grafo, representa un elemento simple del circuito eléctrico, un *nodo* denota una unión de dos o más ramas. Un *árbol* es un conjunto de ramas para el cual existe una trayectoria de cada nodo a todos los otros nodos, no necesariamente en forma directa.

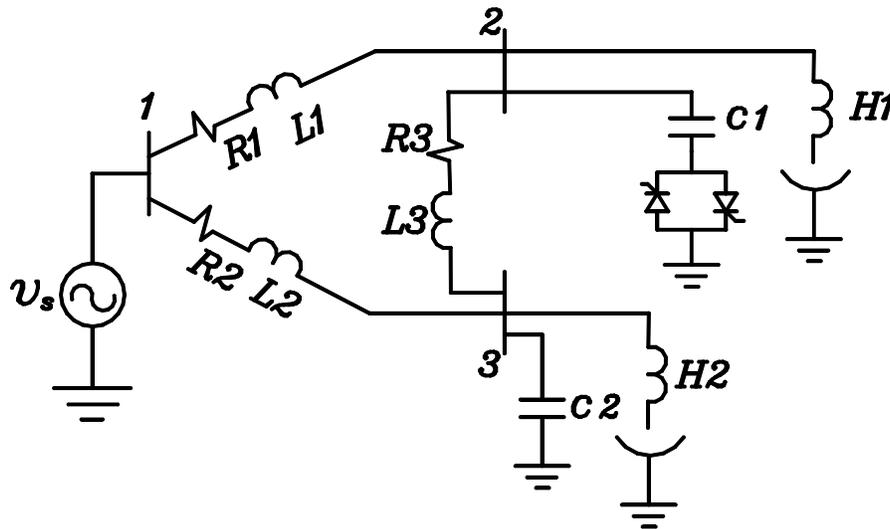
Cualquier rama no contenida en el árbol es llamado *enlace*, y el conjunto de enlaces definen un *co-árbol* [34]. Para facilitar la construcción de ecuaciones de estado para sistemas eléctricos, se hará uso de las definiciones anteriores y se aplicarán los siguientes pasos.

- a) Se debe establecer un árbol, en el cual se colocan los capacitores y las fuentes de voltaje; los inductores y las fuentes de corriente se introducen en el co-árbol; se colocan los voltajes de control en el árbol y las corrientes de control en el co-árbol.
- b) Se asigna un voltaje (con referencia de polaridad) a todos los capacitores y una corriente (con sentido de la flecha) a todos los inductores; estos voltajes y corrientes son las variables de estado. Se indica el voltaje a través de cada rama del árbol y la corriente en todos los enlaces en función de las fuentes de voltaje, las fuentes de corriente y las variables de estado, si es posible; de lo contrario, se asigna una variable de voltaje o de corriente a esta rama del árbol o enlace resistivo.
- c) Se utiliza la LCK para escribir una ecuación para cada capacitor. Se hace  $C \frac{dv_c}{dt}$  igual a la suma de las corrientes de enlace obtenidas al considerar el nodo (o supernodo) en cualquier extremo del capacitor. El supernodo se identifica como el conjunto de todas las ramas del árbol conectadas a esta terminal del capacitor.
- d) Se utiliza la LVK para escribir una ecuación para cada inductor. Se hace  $L \frac{di_L}{dt}$  igual a la suma de los voltajes de rama del árbol que se obtiene al considerar la única trayectoria cerrada que consiste en el enlace en donde está  $L$  y un conjunto conveniente de ramas de árbol.
- e) Si se asignó una nueva variable de voltaje a los resistores en el inciso b), se utiliza la LCK para igualar  $\frac{v_R}{R}$  a la suma de las corrientes de enlace. Si se asignó una nueva variable de corriente a los resistores en el inciso b), se utiliza la LVK para igualar  $i_R R$  a la suma de los voltajes de rama. Se resuelven las ecuaciones simultáneas de resistor para despejar cada  $V_R$  e  $i_R$  en términos de las variables de estado y de las cantidades de las fuentes.
- f) Se sustituyen las expresiones para cada  $v_R$  e  $i_R$  en las ecuaciones obtenidas en c) y d), de esta manera se eliminan todas las variables del resistor.
- g) Por último se escriben las ecuaciones resultantes en forma normal.

Se dice que las ecuaciones de estado están en forma normal cuando la derivada de cada variable de estado se expresa como una combinación lineal de todas ellas y de las funciones de excitación. El orden de las ecuaciones que definen las derivadas y el orden en que aparecen las variables en cada ecuación debe ser el mismo [35].

#### 4.2.1 Formulación analítica en el Espacio de Estado

El sistema eléctrico de la Figura 4.1, contiene componentes lineales, no lineales y variantes en el tiempo y se utilizará para obtener un modelo matemático en el espacio de estado. Esta Figura 4.1 contiene 1 generador eléctrico representado mediante una fuente de voltaje senoidal  $v_s$ , contiene además 3 nodos, indicados mediante pequeñas barras y los números 1, 2, 3, contiene 3 ramas, cada rama se representa mediante una resistencia y una inductancia por ejemplo la rama 1, contiene una resistencia  $R1$  y una inductancia  $L1$ . El sistema eléctrico contiene también dos hornos de arco eléctrico representados mediante una inductancia y un arco y se indican mediante la nomenclatura  $H1$ ,  $H2$ , así también, se cuenta con un capacitor fijo indicado mediante  $C2$ , este capacitor se encuentra conectado en paralelo con el horno de arco eléctrico  $H2$ , con el fin de compensar la potencia reactiva demandada por este horno de arco eléctrico, por último se tiene un TSC conectado en el nodo 2 en paralelo con el horno de arco eléctrico  $H1$ , con el fin de compensar la potencia reactiva demandada por este horno de arco eléctrico.



**Figura 4.1** Circuito eléctrico utilizado para la formulación analítica en el espacio de estado

Se dibuja un árbol para el circuito de la Figura 4.1. El árbol escogido aquí se muestra en la Figura 4.2. Obsérvese que la fuente de voltaje, los capacitores, las resistencias de las ramas y las resistencias de los hornos de arco son las ramas de árbol y se dibujan con líneas continuas; mientras que los inductores de las ramas y de los hornos de arco eléctrico representan los enlaces del co-árbol y se dibujan con líneas discontinuas.

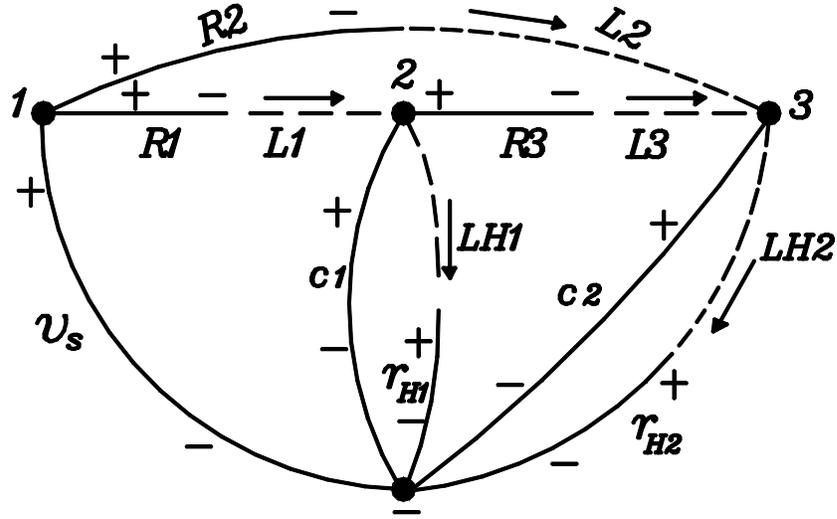


Figura 4.2 Árbol obtenido del circuito de la Figura 4.1

A continuación, se asigna un voltaje (con referencia de polaridad) a todas las ramas y una corriente (con sentido de la flecha) a todos los enlaces; estos voltajes y corrientes son las variables de estado.

Se utiliza la LVK para escribir una ecuación para cada inductor. Para el inductor 1 se tiene:

$$v_{L1} + v_{C1} - v_s + v_{R1} = 0 \quad (4.2)$$

despejando  $v_{L1}$  de la Ecuación (4.2):

$$v_{L1} = -v_{R1} - v_{C1} + v_s \quad (4.3)$$

se sabe que:

$$v_{L1} = L1 \frac{di_{L1}}{dt} \quad (4.4)$$

$$v_{R1} = R1 i_{L1} \quad (4.5)$$

sustituyendo la Ecuación (4.4) y (4.5) en la Ecuación (4.3) e incorporando la función de conmutación  $s(t)$  para el TSC, se tiene:

$$L1 \frac{di_{L1}}{dt} = -R1 i_{L1} - v_{C1} s(t) + v_s \quad (4.6)$$

despejando  $\frac{di_{L1}}{dt}$  de la Ecuación (4.6):

$$\frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L1} (-R1 i_{L1} - v_{C1} s(t) + v_s) \quad (4.7)$$

la Ecuación (4.7), se puede también expresar como:

$$\dot{i}_{L1} = \frac{1}{L1} (-R1i_{L1} - v_{C1}s(t) + v_s) \quad (4.8)$$

El mismo procedimiento utilizado para el inductor 1 se puede aplicar al inductor 2, es decir, aplicando la LVK a la malla 2 resulta en,

$$v_{L2} + v_{C2} - v_s + v_{R2} = 0 \quad (4.9)$$

despejando la Ecuación (4.9), se obtiene:

$$v_{L2} = -v_{R2} - v_{C2} + v_s \quad (4.10)$$

$$L2 \frac{di_{L2}}{dt} = -R2i_{L2} - v_{C2} + v_s \quad (4.11)$$

$$\dot{i}_{L2} = \frac{1}{L2} (-R2i_{L2} - v_{C2} + v_s) \quad (4.12)$$

ahora se aplica la LVK al inductor 3 y se obtiene:

$$v_{L3} + v_{C2} - v_{C1} + v_{R3} = 0 \quad (4.13)$$

despejando  $v_{L3}$  de la Ecuación (4.13) e incorporando la función de conmutación  $s(t)$  del TSC da como resultado:

$$v_{L3} = -v_{R3} + v_{C1}s(t) - v_{C2} \quad (4.14)$$

$$v_{L3} = -R3i_{L3} + v_{C1}s(t) - v_{C2} \quad (4.15)$$

$$L3 \frac{di_{L3}}{dt} = -R3i_{L3} + v_{C1}s(t) - v_{C2} \quad (4.16)$$

$$\dot{i}_{L3} = \frac{1}{L3} (-R3i_{L3} + v_{C1}s(t) - v_{C2}) \quad (4.17)$$

aplicando la LVK al inductor del horno 1 se tiene:

$$v_{LH1} + v_{r_{H1}} - v_{C1} = 0 \quad (4.18)$$

despejando la Ecuación (4.18) e incorporando la función de conmutación del TSC, resulta en:

$$v_{LH1} = -v_{r_{H1}} + s(t)v_{C1} \quad (4.19)$$

El voltaje en la resistencia del horno 1, está expresado por:

$$v_{r_{H1}} = -K_3 r_{H1}^{-(m+2)} i_{H1} \quad (4.20)$$

se sabe que:

$$v_{LH1} = LH1 \frac{di_{H1}}{dt} \quad (4.21)$$

sustituyendo las Ecuaciones (4.20) y (4.21) en la Ecuación (4.19) da como resultado:

$$LH1 \frac{di_{H1}}{dt} = -K_3 r_{H1}^{-(m+2)} i_{H1} + v_{C1} s(t) \quad (4.22)$$

despejando la Ecuación (4.22) para  $\frac{di_{H1}}{dt}$  resulta en:

$$\dot{i}_{H1} = \frac{1}{LH1} (-K_3 r_{H1}^{-(m+2)} i_{H1} + v_{C1} s(t)) \quad (4.23)$$

ahora se aplica la LVK al inductor del horno 2:

$$v_{LH2} + v_{r_{H2}} - v_{C2} = 0 \quad (4.24)$$

$$v_{LH2} = -v_{r_{H2}} + v_{C2} \quad (4.25)$$

el voltaje en la resistencia del horno 2 es:

$$v_{r_{H2}} = -K_3 r_{H2}^{-(m+2)} i_{H2} \quad (4.26)$$

se sabe que:

$$v_{LH2} = LH2 \frac{di_{H2}}{dt} \quad (4.27)$$

sustituyendo las Ecuaciones (4.26) y (4.27) en la Ecuación (4.25) se obtiene:

$$LH2 \frac{di_{H2}}{dt} = -K_3 r_{H2}^{-(m+2)} i_{H2} + v_{C2} \quad (4.28)$$

$$\dot{i}_{H2} = \frac{1}{LH2} (-K_3 r_{H2}^{-(m+2)} i_{H2} + v_{C2}) \quad (4.29)$$

se sabe que la ecuación diferencial del horno de arco eléctrico es:

$$k_1 r^n + k_2 r \dot{r} = \frac{k_3}{r^{m+2}} i^2 \quad (4.30)$$

despejando  $\dot{r}$  de la Ecuación (4.30) se obtiene para el horno 1, lo siguiente:

$$\dot{r}_{H1} = \frac{K_3}{K_2} r_{H1}^{-(m+3)} i_{H1}^2 - \frac{K_1}{K_2} r_{H1}^{n-1} \quad (4.31)$$

para el horno de arco eléctrico 2, se tiene la siguiente expresión:

$$\dot{r}_{H2} = \frac{K_3}{K_2} r_{H2}^{-(m+3)} i_{H2}^2 - \frac{K_1}{K_2} r_{H2}^{n-1} \quad (4.32)$$

se utiliza la LCK para escribir una ecuación para cada capacitor.

Para el capacitor 1, se tiene que:

$$i_{C1} + i_{L3} + i_{H1} - i_{L1} = 0 \quad (4.33)$$

la Ecuación (4.30), puede escribirse para  $i_{C1}$  como:

$$i_{C1} = i_{L1} - i_{L3} - i_{H1} \quad (4.34)$$

se sabe que:

$$i_{C1} = C1 \frac{dv_{C1}}{dt} \quad (4.35)$$

sustituyendo la Ecuación (4.32) en la Ecuación (4.31) y despejando da:

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C1} (i_{L1} - i_{L3} - i_{H1}) \quad (4.36)$$

donde:

$$\dot{v}_{C1} = \frac{1}{C1} (i_{L1} - i_{L3} - i_{H1}) \quad (4.37)$$

Aplicando el mismo procedimiento del capacitor 1 al capacitor 2, se obtienen las siguientes expresiones:

$$i_{C2} - i_{L3} - i_{L2} + i_{H2} = 0 \quad (4.38)$$

$$i_{C2} = i_{L2} + i_{L3} - i_{H2} \quad (4.39)$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1}{C2} (i_{L2} + i_{L3} - i_{H2}) \quad (4.40)$$

$$\dot{v}_{C2} = \frac{1}{C2} (i_{L2} + i_{L3} - i_{H2}) \quad (4.38)$$

El espacio de estado resulta de expresar la derivada de cada una de las variables de estado designadas como una combinación lineal de las variables de estado y de las variables de entrada [34].

Para el circuito propuesto, el espacio de estado está determinado por las Ecuaciones (4.8), (4.12), (4.17), (4.23), (4.29), (4.31), (4.32), (4.34) y (4.38). Estas Ecuaciones escritas en forma matricial adoptan la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{i}_{L3} \\ \dot{i}_{H1} \\ \dot{i}_{H2} \\ r_{H1} \\ r_{H2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L1}R1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L1}s(t) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L2}R2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L3}R3 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\frac{1}{L3}s(t) & -\frac{1}{L3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{LH1}K_3 r_{H1}^{-(m+2)} & 0 & 0 & 0 & +\frac{1}{LH1}s(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{LH2}K_3 r_{H2}^{-(m+2)} & 0 & 0 & 0 & +\frac{1}{LH2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_3}{K_2} r_{H1}^{-(m+3)} i_{H1} & 0 & \frac{K_1}{K_2} r_{H1}^{-(n-2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_3}{K_2} r_{H2}^{-(m+3)} i_{H2} & 0 & \frac{K_1}{K_2} r_{H2}^{-(n-2)} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C1}s(t) & 0 & -\frac{1}{C1}s(t) & -\frac{1}{C1}s(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C2} & -\frac{1}{C2} & 0 & -\frac{1}{C2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{H1} \\ i_{H2} \\ r_{H1} \\ r_{H2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L1} \\ \frac{1}{L2} \end{bmatrix} v_s \quad (4.39)$$

Nótese que la Ecuación (4.39) tiene la forma general

$$\dot{X} = Ax + Bu$$

A continuación se analizan cinco redes eléctricas de prueba, las cuales incorporan distintos componentes lineales, no lineales y variantes en el tiempo, a cada una de estas redes de prueba se les aplica la formulación analítica del espacio de estados para obtener sus respectivas ecuaciones de estado.

Las ecuaciones de estado o sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias de las diferentes redes eléctricas de prueba se resuelven mediante un método convencional RK de cuarto orden y dos técnicas Newton, DN y AD. Los resultados obtenidos se muestran en Tablas, en donde se presentan distintos valores que corresponden al máximo error calculado durante la solución de las variables de estado para cada red eléctrica. Se especifica además como tolerancia un error de  $10^{-10}$  p.u. entre valores sucesivos de  $x^\infty$ , esto representa la precisión con la cual se localiza el ciclo *límite*. Los resultados del método convencional FB se comparan con los resultados obtenidos por las técnicas DN y AD, en términos de eficiencia computacional y número de ciclos requeridos para obtener el *ciclo límite* o estado estacionario periódico de operación. Así también, para cada una de las redes eléctricas se muestra el comportamiento de diversas variables de estado en el

dominio del tiempo, a las cuales en estado estacionario periódico se les aplica la Transformada Rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés) para obtener sus respectivos espectros armónicos, mismos que son presentados de manera gráfica.

Para poder aplicar las técnicas Newton y obtener la solución de las ecuaciones de estado, es necesaria la obtención de un *ciclo base* [12]. En la experiencia de los autores de estos métodos Newton [12], se requiere aplicar un método convencional un número determinado de ciclos iniciales para permitir que el transitorio inicial decaiga y así obtener el ciclo base. El número de ciclos completos depende de las características del sistema. Los autores comentan que 3 ó 4 ciclos son suficientes para un sistema con suficiente amortiguamiento y 6 ó 7 ciclos para un sistema débilmente amortiguado.

En todas las redes eléctricas de prueba de esta tesis, se aplicaron 7 ciclos de tiempo iniciales con el método de RK de Cuarto Orden ó de FB y el ciclo base se obtiene en el ciclo 8, posteriormente se aplica alguna de las técnicas Newton y nuevamente se aplica el método FB para obtener un nuevo ciclo base, se evalúan los errores máximos de las variables de estado y el procedimiento sigue hasta alcanzar la tolerancia especificada. Debe enfatizarse que la matriz de identificación o transición de estados  $\Phi(t)$ , se calcula secuencialmente por columnas, siendo estas iguales al número de variables de estado, cada una de estas columnas, requiere de la evaluación de un ciclo completo de tiempo; un ciclo adicional se aplica para obtener nuevamente el ciclo base.

Las redes eléctricas de prueba, se resuelven con parámetros iguales y parámetros desiguales, se considera que los parámetros son iguales cuando los valores de todas las resistencias de cada red eléctrica de prueba son iguales, los valores de todas las inductancias de cada red eléctrica de prueba son iguales y los valores de todos los capacitores de cada red de prueba son iguales. Por otra parte, se considera que los parámetros son desiguales cuando los valores de las resistencias de cada red eléctrica de prueba son diferentes, los valores de las inductancias de cada red eléctrica de prueba son diferentes y los valores de los capacitores de cada red eléctrica de prueba son diferentes. Los parámetros utilizados en cada una de las redes eléctricas de prueba se encuentran en el Apéndice A.

Las redes eléctricas de prueba propuestas, son la base de las referencias [12,16], y además se tomaron en cuenta algunas consideraciones adicionales para elegir a cada una de las redes eléctricas de prueba en esta tesis, las cuales se mencionan a continuación:

Todas las redes eléctricas cuentan con uno o dos generadores eléctricos de corriente alterna representados por fuentes de voltaje senoidales  $v_s$  de  $1.0 p.u$ , nodos, los cuales se indican mediante barras pequeñas con un número asociado, líneas eléctricas o ramas, las cuales se indican mediante una resistencia  $RI$  y una inductancia  $LI$ , hornos de arco eléctrico, los cuales se representan mediante una inductancia y un arco, considerados como cargas en todas las redes eléctricas de prueba y denotados mediante la nomenclatura  $H$  y un número que indica a que horno se hace mención, por ejemplo,  $H1$  se refiere al horno de arco eléctrico 1.

Algunas redes eléctricas (red 1, 2, 4 y 5) cuentan con capacitores fijos, los cuales son conectados en paralelo con los hornos de arco eléctrico con la finalidad de compensar la potencia reactiva demandada por los hornos de arco eléctrico. Así también en algunas redes eléctricas (red 2, 4 y 5), se tienen conectados capacitores conmutados por tiristores (*TSCs*) conectados en paralelo con los hornos de arco eléctrico con el fin de poder compensar de manera dinámica la potencia reactiva demandada por los hornos de arco eléctrico durante su operación.

Las redes eléctricas 3 y 5 tienen instalados reguladores de voltaje dinámicos en serie con los hornos de arco eléctrico, esto con el fin de compensar las depresiones de voltaje ocasionados durante la operación de estos hornos de arco eléctrico. Por último la red eléctrica de prueba 4 cuenta también con un sistema estático de VARs (*SVS*) instalado en el nodo 3 con la finalidad de absorber o suministrar potencia reactiva demandada por cualquiera de los hornos de arco eléctrico de esta red eléctrica de prueba a través de las ramas 2 y 3.

### 4.3 Red eléctrica de prueba 1

La primera red eléctrica de prueba está compuesta por una fuente de voltaje, tres nodos, tres líneas, una de estas líneas se coloca como enlace con el fin de dar mayor confiabilidad al sistema, en los nodos con numeración 2 y 3 se coloca un capacitor fijo en derivación con los hornos de arco eléctrico. Este arreglo se puede observar en la Figura 4.3.

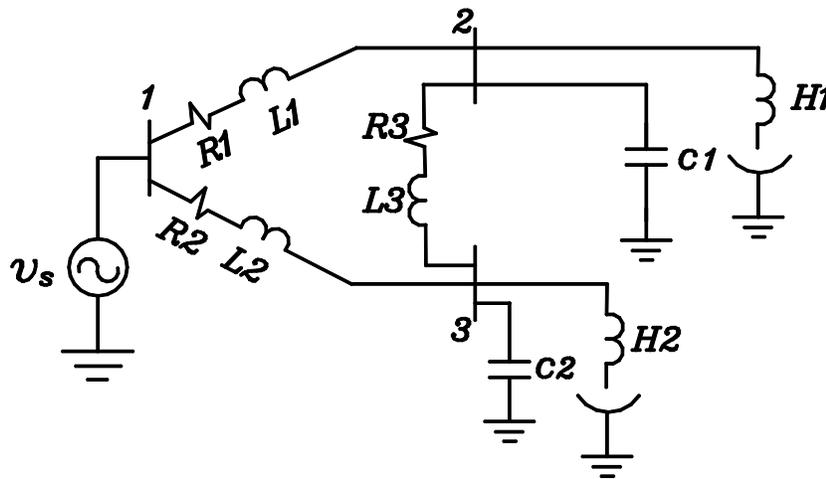


Figura 4.3 Red eléctrica de prueba 1

El comportamiento dinámico de esta red eléctrica de prueba está representado por una ecuación de estado compuesta por un sistema de nueve ecuaciones diferenciales, las cuales se muestran en el Apéndice A.1. Este sistema de ecuaciones se obtuvo aplicando la formulación analítica en el espacio de estados. Se eligen como variables de estado las corrientes que circulan por las líneas y por los hornos de arco eléctrico, así como a los radios de los hornos de arco eléctrico y los voltajes de los capacitores fijos.

### 4.3.1. Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros iguales

El sistema eléctrico de la Figura 4.3, se ha resuelto con los métodos FB, DN y AD, respectivamente, utilizando los parámetros iguales expresados en *p.u.* del Apéndice A.1. La Tabla 4.1, presenta la comparación de los resultados obtenidos por los tres diferentes métodos. En esta tabla los valores que se presentan corresponden al máximo error que se calcula durante la solución de las nueve variables de estado; el número de puntos por cada ciclo es de 512.

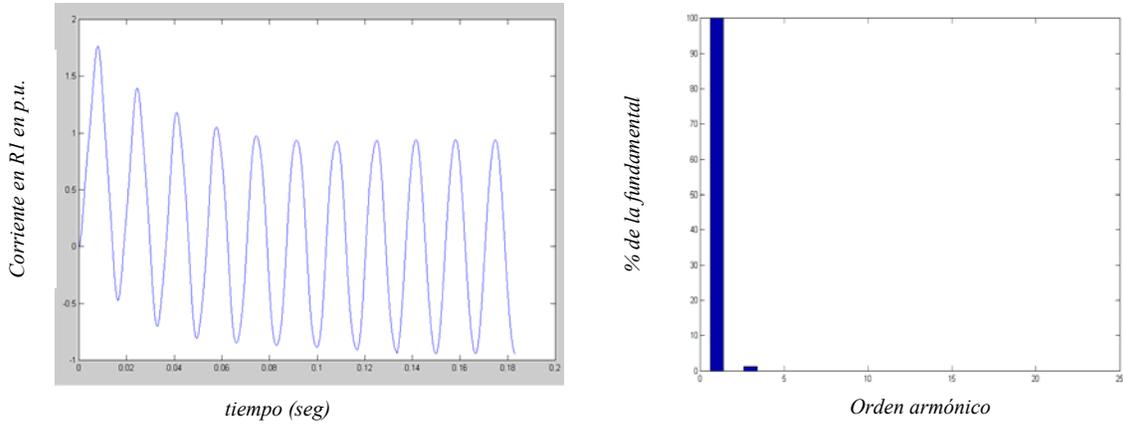
Para esta red eléctrica de prueba, se aplicaron 7 ciclos de tiempo iniciales con el método FB y el ciclo base se obtiene en el ciclo 8, posteriormente se aplica alguna de las técnicas Newton DN ó AD y nuevamente se aplica el método FB para obtener un nuevo ciclo base (ciclo 18), se evalúan los errores máximos de las variables de estado y el procedimiento sigue hasta satisfacer la tolerancia especificada.

En la Tabla 4.1, se puede observar que la convergencia obtenida al aplicar el método FB es lineal lenta, mientras que las técnicas DN y AD resultan en una convergencia cuadrática, requiriendo cada una tres aplicaciones de la técnica respectivamente. El método FB requirió la evaluación de 136 ciclos, mientras que los métodos DN y AD 38, es decir 28% del número requerido por el método FB.

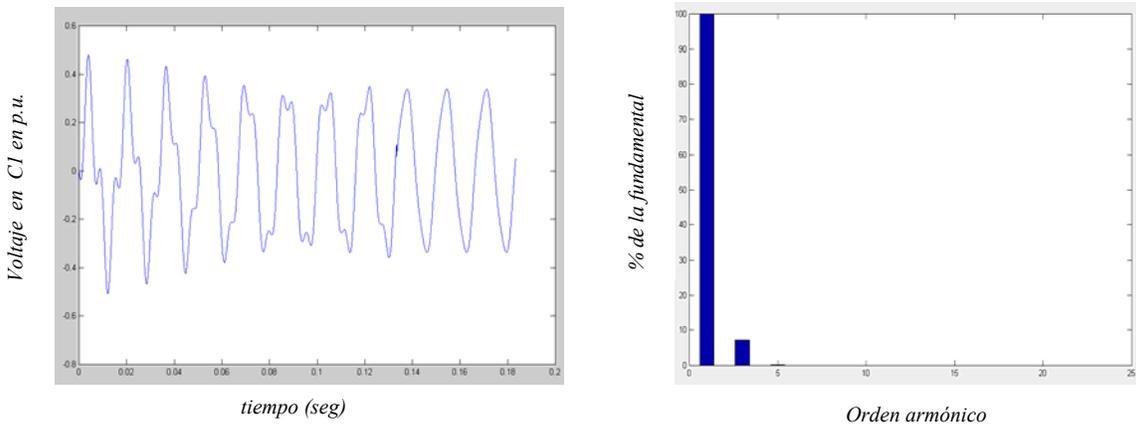
**Tabla 4.1** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros iguales

NC	FB	DN	AD
1	5.950358E-01	5.950358E-01	5.950358E-01
2	3.303078E-01	3.303078E-01	3.303078E-01
3	2.067022E-01	2.067022E-01	2.067022E-01
⋮	⋮	⋮	⋮
8	2.844636E-02	2.844636E-02	2.844636E-02
18	2.054141E-04	2.319692E-04	2.319701E-04
28	9.225825E-06	2.476088E-08	2.473064E-08
38	5.364805E-07	1.110223E-15	1.013078E-15
⋮	⋮	⋮	⋮
136	9.316923E-11		

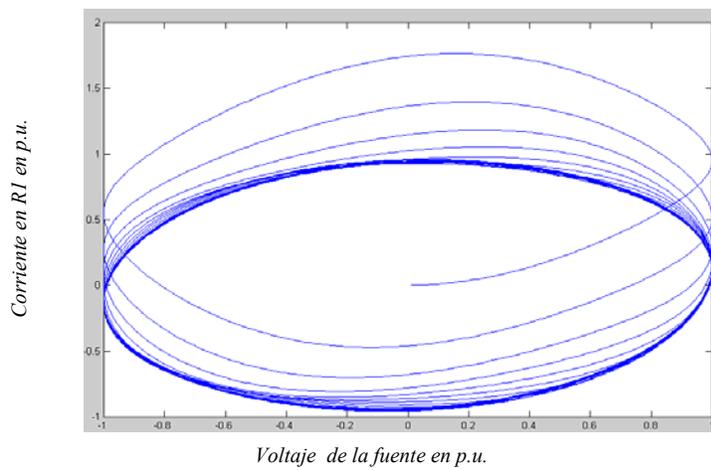
La Figura 4.4, presenta la forma de onda del flujo de corriente a través de *RI vs tiempo* y su correspondiente espectro armónico, en donde se aprecia que prácticamente las formas de onda no tienen contenido armónico y la fundamental es predominante. En la Figura 4.5 se observa el comportamiento en el tiempo del voltaje en terminales de *CI*. La señal senoidal es distorsionada mostrando un 8% de tercera armónica, observada en el espectro armónico; esto se debe a la operación del horno de arco eléctrico que se encuentra conectado en el mismo nodo. La Figura 4.6, presenta la convergencia al *ciclo límite* de la variable de estado del flujo de corriente en *RI vs fuente*; se inicia con condiciones iniciales igual a cero y después de aplicar 8 ciclos se obtiene el estado estacionario representado en este caso con las línea cerrada más gruesa.



**Figura 4.4** Comportamiento de la corriente a través de *RI* vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.5** Comportamiento del voltaje en las terminales de *CI* vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.6** Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de la corriente en *RI* vs *fuerza*

### 4.3.2 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros desiguales

Nuevamente se analiza la red eléctrica de prueba 1, la cual se muestra en la Figura 4.1, pero esta vez se utilizan parámetros desiguales, mismos que se presentan en el Apéndice A.1. A continuación se realiza el análisis de los resultados obtenidos.

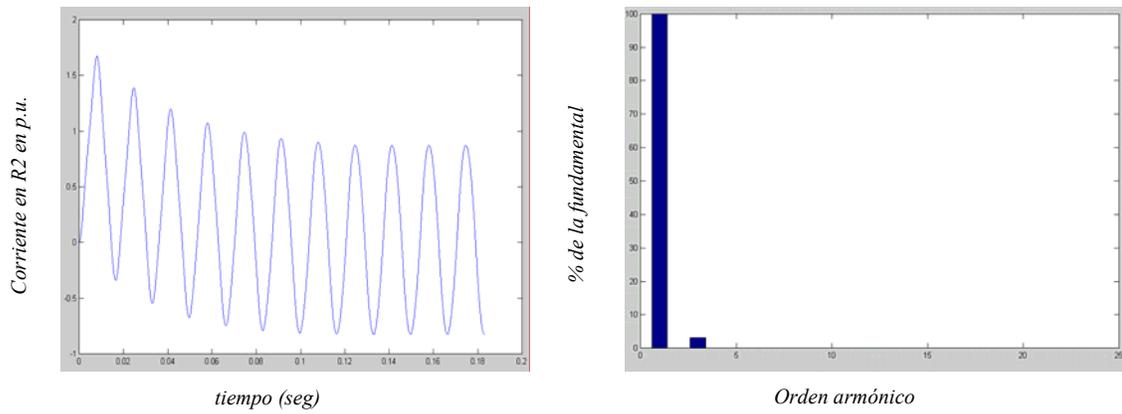
La Tabla 4.2, presenta los resultados de la simulación realizada, los valores de esta Tabla representan el máximo error calculado durante el proceso de solución de las nueve variables de estado. En la misma Tabla se muestra que el número de ciclos completos requeridos por el método FB para alcanzar el *ciclo límite* es de 163, mientras que los métodos DN y AD obtienen el ciclo base en el ciclo 8 y posteriormente aplican tres veces las técnicas de aceleración respectivamente, requiriendo un total de 38 ciclos para llegar a la tolerancia especificada, esto representa el 23% con respecto al método FB. Se concluye también, que el método FB requiere 27 ciclos completos adicionales con parámetros desiguales a los necesitados para el caso de parámetros iguales.

**Tabla 4.2** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 1 con parámetros desiguales

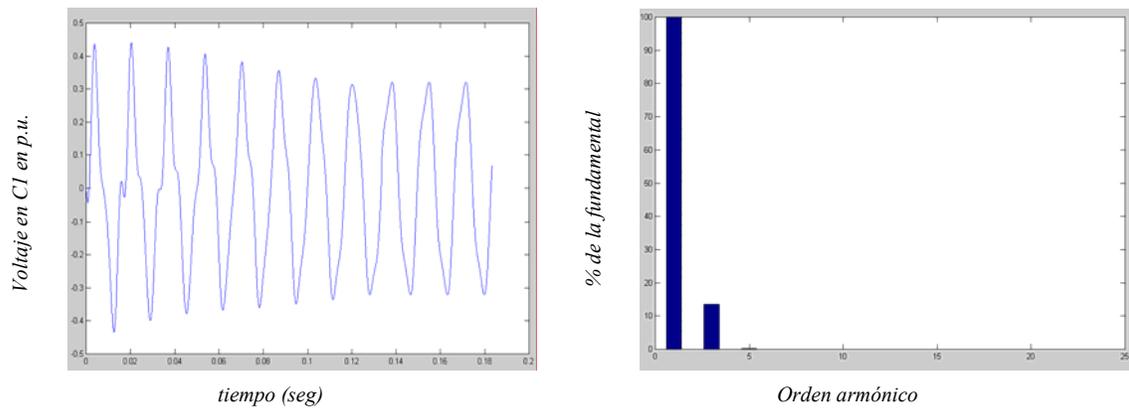
NC	FB	DN	AD
1	5.438744E-01	5.438744E-01	5.438744E-01
2	2.763840E-01	2.763840E-01	2.763840E-01
3	1.693874E-01	1.386974E-01	1.386974E-01
...	...	...	...
8	3.097578E-02	3.097578E-02	3.097578E-02
18	6.428909E-03	6.562146E-04	6.562163E-04
28	1.882084E-03	7.232225E-07	7.231022E-07
38	5.198273E-04	4.101164E-13	6.170619E-13
...	...	...	...
163	8.543188E-11		

En la Figura 4.7, se muestran las formas de onda de la corriente que circula a través de  $R_2$  vs tiempo. Obsérvese que después de algunos ciclos se obtiene su comportamiento en estado estacionario periódico, posteriormente se aplica la *FFT* para obtener su respectivo espectro armónico, mismo que hace notar la presencia de la tercera armónica individual con un 3% respecto de la fundamental.

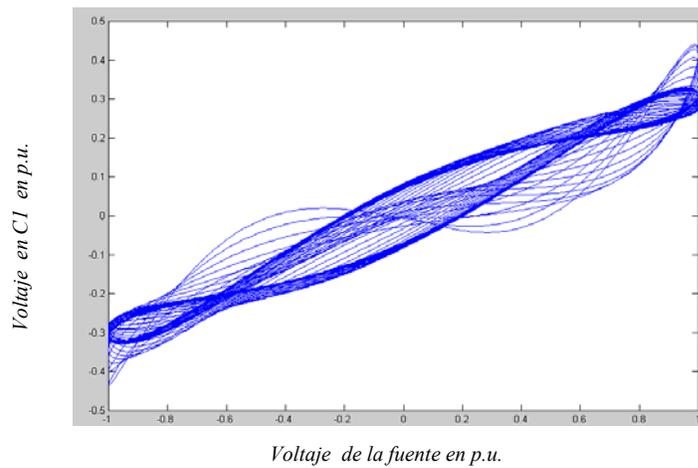
En la Figura 4.8, se observa el comportamiento del voltaje en terminales de  $C_1$  vs tiempo y su espectro armónico, el cual muestra un contenido de tercera armónica de 12%; esta tercera armónica se debe principalmente a la presencia del horno de arco eléctrico conectado en paralelo a este capacitor. Finalmente en la Figura 4.9 se aprecia la convergencia al *ciclo límite* del voltaje en las terminales de  $C_1$  vs voltaje de la fuente, donde el *ciclo límite* es representado por la línea más gruesa.



**Figura 4.7** Comportamiento de la corriente a través de  $R2$  vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.8** Comportamiento del voltaje en las terminales de  $C1$  vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.9** Convergencia al ciclo límite del voltaje en  $C1$  vs *voltaje* de la fuente

#### 4.4 Red eléctrica de prueba 2

La red eléctrica de prueba 2, de tres nodos de la Figura 4.10, contiene tres líneas o ramas, dos hornos de arco eléctrico conectados a los nodos 2 y 3; en el nodo 2 se conecta un capacitor conmutado por tiristores *TSC* (*C1*) en derivación y en el nodo 3 se conecta un capacitor fijo en derivación.

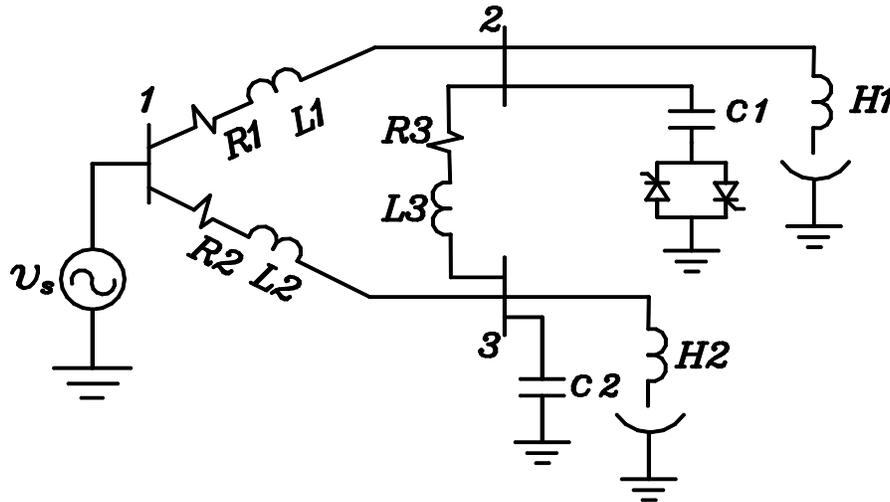


Figura 4.10 Red eléctrica de prueba 2

El comportamiento dinámico de esta red eléctrica de prueba está representado por nueve ecuaciones diferenciales ordinarias, las cuales se muestran en el Apéndice A.2. Para esta red eléctrica, se eligen como variables de estado a las corrientes que circulan por las líneas y por los hornos de arco eléctrico, a los radios de los hornos de arco eléctrico y los voltajes en las terminales del *TSC* y del capacitor fijo. Para este caso de estudio el ángulo de operación del *TSC* es de  $150^\circ$ , el número de puntos considerados por cada ciclo es de 512.

##### 4.4.1 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros iguales

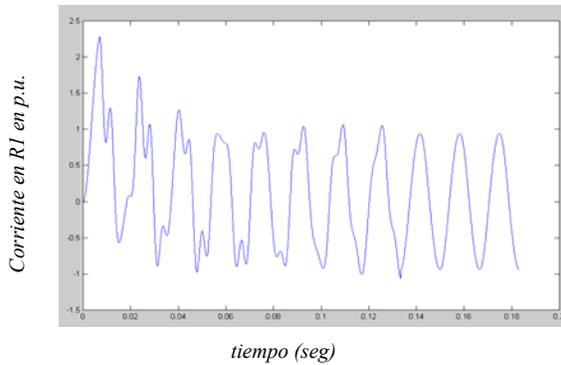
En la Tabla 4.3, se presenta un resumen de los resultados obtenidos al aplicar el método convencional FB y las técnicas Newton DN y AD. Se muestra el número de ciclos completos (NC) requeridos para llegar al *ciclo límite*. Los parámetros iguales utilizados se muestran en el apéndice A.2.

En la Tabla 4.3, se puede observar que el método FB requiere calcular 147 ciclos completos para llegar a la convergencia de las variables de estado. Por otra parte, las técnicas Newton requieren del cálculo del ciclo base, obtenido en el ciclo 8 y tres aplicaciones de las técnicas de aceleración de las variables de estado al *ciclo límite* respectivamente, haciendo un total de 38 ciclos; esto representa el 26% de los requeridos por el método convencional FB. Nótese la convergencia natural cuadrática de las técnicas Newton en comparación con el método convencional FB, el cual presenta una característica de convergencia lineal lenta.

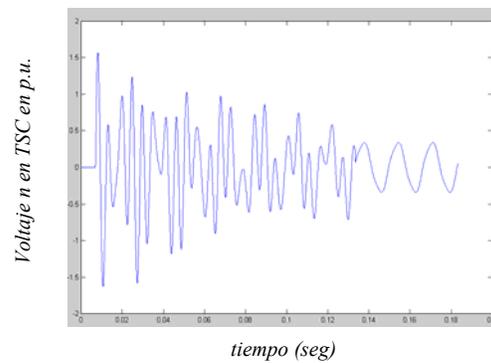
**Tabla 4.3** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros iguales

NC	FB	DN	AD
1	1.422985E+00	1.422985E+00	1.422985E+00
2	8.155445E-01	8.155445E-01	8.155445E-01
3	6.175106E-01	6.175106E-01	6.175106E-01
⋮	⋮	⋮	⋮
8	1.795208E-01	1.795208E-01	1.795208E-01
18	4.126606E-02	1.248418E-02	1.248416E-02
28	7.648992E-03	4.393824E-06	4.394227E-06
38	1.522034E-03	1.569855E-12	1.310063E-12
⋮	⋮		
147	6.477224-11		

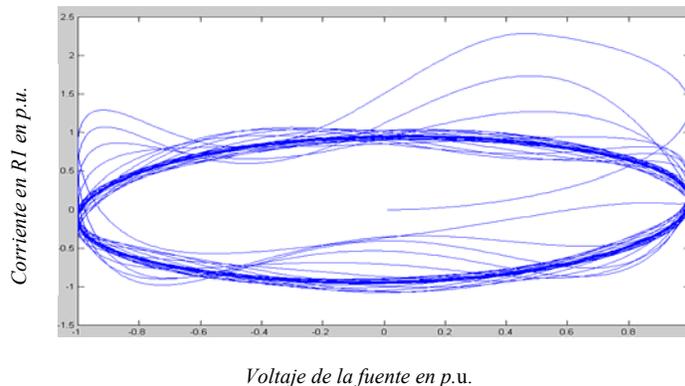
En las Figuras 4.11 y 4.12, se presentan los comportamientos en el dominio del tiempo de la corriente que circula a través de *RI* y del voltaje en terminales del *TSC* con un ángulo de conmutación de tiristores de  $150^\circ$ , respectivamente. En esta última Figura, se puede apreciar como de manera dramática se acelera la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* o estado estacionario a partir del *tiempo* = 0.13 segundos equivalente al ciclo 8. En la Figura 4.13, se presenta la convergencia al ciclo límite de la variable de estado de la corriente a través de *RI* vs *voltaje* de la fuente de generación. En esta Figura, se puede apreciar que el transitorio inicial provocado por la operación del *TSC*, inicialmente aleja el comportamiento de la variable de estado  $i_{LI}$  del *ciclo límite*, el cual está representado por la línea más gruesa.



**Figura 4.11** Comportamiento de la corriente a través de *RI* vs *tiempo*



**Figura 4.12** Comportamiento del voltaje en las terminales del *TSC* vs *tiempo*



**Figura 4.13** Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de la corriente *RI* vs *fuentes*

En esta sección no se presentan los espectros armónicos debido a que una vez que ha decaído el transitorio provocado por el *TSC* y se obtiene el comportamiento en estado estacionario periódico, los espectros armónicos son idénticos a los presentados en la red eléctrica de prueba 1 con parámetros iguales.

#### 4.4.2 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros desiguales

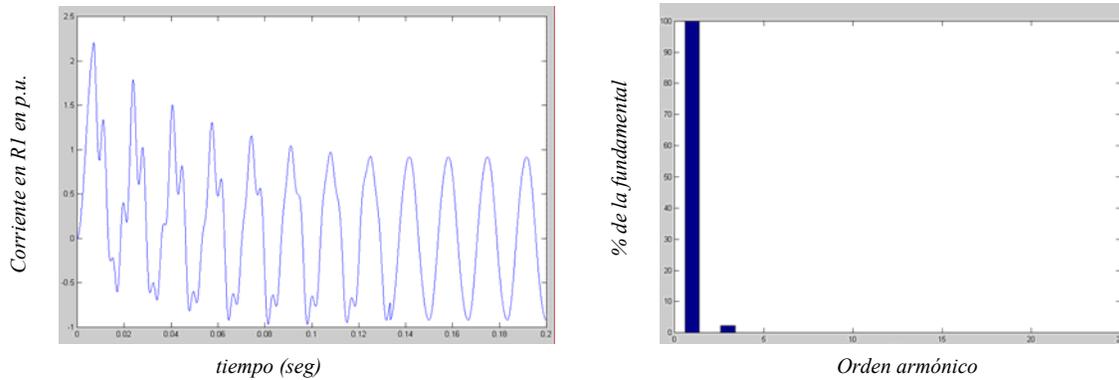
A continuación se analiza la red eléctrica de prueba 2 con parámetros desiguales, resumidos en el Apéndice A.2. En la Tabla 4.4, se muestran los resultados obtenidos al aplicar el método convencional de fuerza bruta y las técnicas Newton de aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*. Se puede apreciar que el método FB requiere la aplicación de 27 ciclos completos adicionales al número de ciclos aplicados para esta red eléctrica pero con parámetros iguales, es decir, se aplican 174 ciclos completos para obtener el *ciclo límite*. Por otra parte, las técnicas DN y AD obtienen el ciclo base en el ciclo 8 y posteriormente aplican cuatro veces las técnicas de aceleración respectivamente, haciendo un total de 48 ciclos completos hasta llegar a la tolerancia especificada. Esto representa el 26% del número de ciclos requeridos por el método FB.

**Tabla 4.4** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 2 con parámetros desiguales

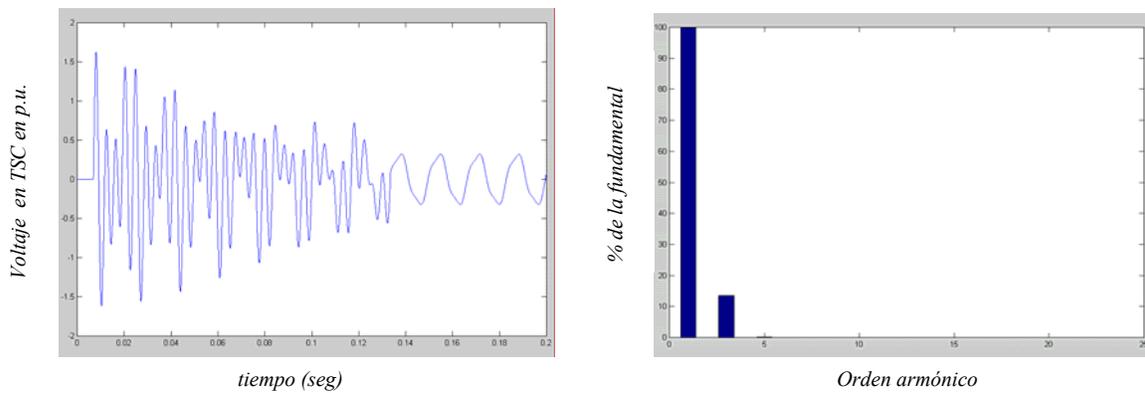
NC	FB	DN	AD
1	1.294135E+00	1.294135E+00	1.294135E+00
2	6.008727E-01	6.008727E-01	6.008727E-01
3	3.880381E-01	3.880381E-01	3.880381E-01
⋮	⋮	⋮	⋮
8	1.276724E-01	1.276724E-01	1.276724E-01
18	2.827194E-02	2.119897E-02	2.119945E-02
28	7.180438E-03	7.076277E-04	7.078398E-04
38	2.017155E-03	6.356155E-07	6.358856E-07
48	5.795080E-04	2.804423E-13	2.806209E-13
⋮	⋮		
174	7.859735E-11		

A continuación se presentan los comportamientos en el dominio del tiempo de algunas variables de estado. En la Figura 4.14, se muestran las formas de onda del flujo de corriente a través de *RI* y su respectivo espectro armónico, en donde se puede observar la presencia de tercera armónica con 2% de la fundamental. En la Figura 4.15, se muestra la forma de onda del voltaje en el *TSC*. En esta Figura se puede apreciar con toda claridad y de manera muy significativa, el momento en que se inicia la aplicación de las técnicas Newton en  $t = 0.13$  segundos (ciclo 8) y como se obtiene en forma acelerada el estado estacionario periódico al aplicar estas técnicas. En la misma Figura 4.15, se ilustra también el espectro armónico de voltaje. Note que el contenido armónico de tercera armónica alcanza el 13%, la distorsión de este voltaje en gran medida del horno de arco eléctrico que se encuentra conectado en paralelo al *TSC* en el nodo 2.

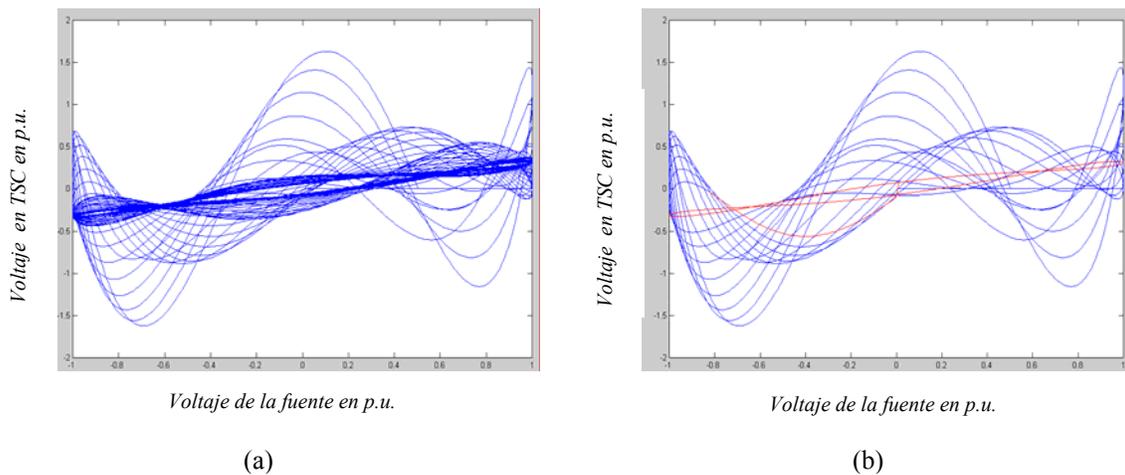
La Figura 4.16, muestra el *ciclo límite* de la variable de estado de voltaje en las terminales del TSC vs voltaje de la fuente, mediante el método FB y mediante métodos Newton, donde la línea roja representa el *ciclo límite*.



**Figura 4.14** Comportamiento de la corriente a través de *RI* vs *tiempo* y su espectro armónico



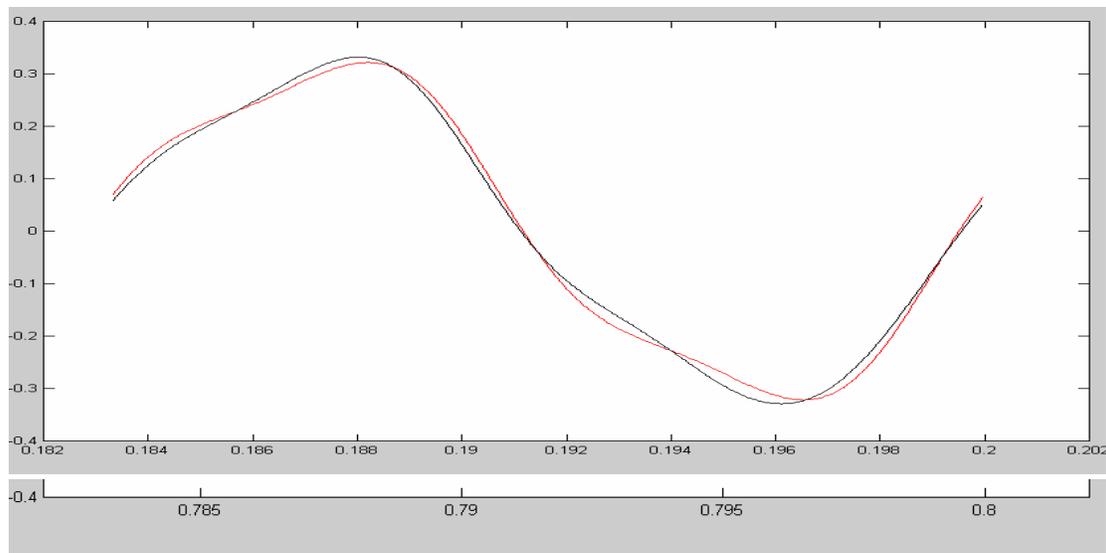
**Figura 4.15** Comportamiento del voltaje en las terminales del TSC vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.16** Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de voltaje en las terminales del TSC vs voltaje de la fuente: a) Método FB; b) Métodos Newton

En la Figura 4.17, se muestra una comparación del voltaje en terminales del *TSC vs tiempo*. El voltaje indicado de color rojo corresponde al voltaje del *TSC* en estado estacionario en el ciclo 12 ( $t = 0.2$  segundos) obtenido con el método de Diferenciación Numérica (DN), esta señal tiene un error de  $2.804423E-13$ . La señal de color negro corresponde al voltaje en terminales del *TSC vs tiempo* en estado estacionario en el ciclo 48 ( $t = 0.8$  segundos) obtenido con el método de Fuerza Bruta (FB), el cual presenta un error de  $5.795080E-04$ , los dos errores indicados con anterioridad, se pueden observar en la Tabla 4.4. Obsérvese de la comparación de estas dos señales, que la señal obtenida con el método FB es similar a la señal obtenida con el método DN. Sin embargo, este último presenta una precisión considerablemente mayor debido a que es directamente proporcional a la precisión con que el método DN ha localizado en *ciclo límite*.

Mediante la aplicación de los métodos Newton, se utiliza la potencialidad de las computadoras modernas, las cuales permiten obtener precisiones cada vez mayores con un número de iteraciones reducido aplicando algoritmos poderosos como los métodos Newton, mientras que con los métodos convencionales, no siempre es posible obtener estas precisiones como la utilizada en este trabajo de tesis de  $10^{-10}$  p.u.. Por ejemplo, la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*, dependen de la característica y tamaño de cada sistema eléctrico en particular, es decir, existen sistemas eléctricos que son pobremente amortiguados, en los cuales se ha demostrado que los métodos convencionales, presentan una convergencia muy baja comparada con la convergencia dramática que presentan los métodos Newton, en algunas otras ocasiones, se ha observado que al mover un parámetro, la solución de los sistemas eléctricos se vuelve inestable o caótico, mientras que los métodos Newton evitan esta inestabilidad [5,12,15,16]. Existen algunas otras condiciones, que pueden originar convergencias lenta por métodos convencionales, por ejemplo, cuando existe un disturbio, en estos casos los métodos FB se hacen muy lentos, mientras que aplicando métodos Newton la convergencia es muy rápida tal como se muestra en [7].



- Voltaje en terminales del *TSC vs tiempo* (ciclo = 12,  $t=0.2$  segundos)
- Voltaje en terminales del *TSC vs tiempo* (ciclo = 48,  $t=0.8$  segundos)

**Figura 4.17** Voltaje en terminales del *TSC vs tiempo*

#### 4.5 Red eléctrica de prueba 3

Uno de los dispositivos recientemente instalados en los sistemas eléctricos de distribución es el Regulador de Voltaje Dinámico (*DVR*). La función principal de este dispositivo es contrarrestar las depresiones de voltaje. Este dispositivo está compuesto por un sistema de almacenamiento de energía, un inversor, un filtro y un transformador de inyección. A continuación, se presenta un circuito eléctrico que contiene una fuente de generación eléctrica, una línea o rama y en serie con esta línea se encuentra conectado el *DVR*. Así mismo, el circuito cuenta con un horno de arco eléctrico como carga. En la Figura 4.18, se puede observar este arreglo.

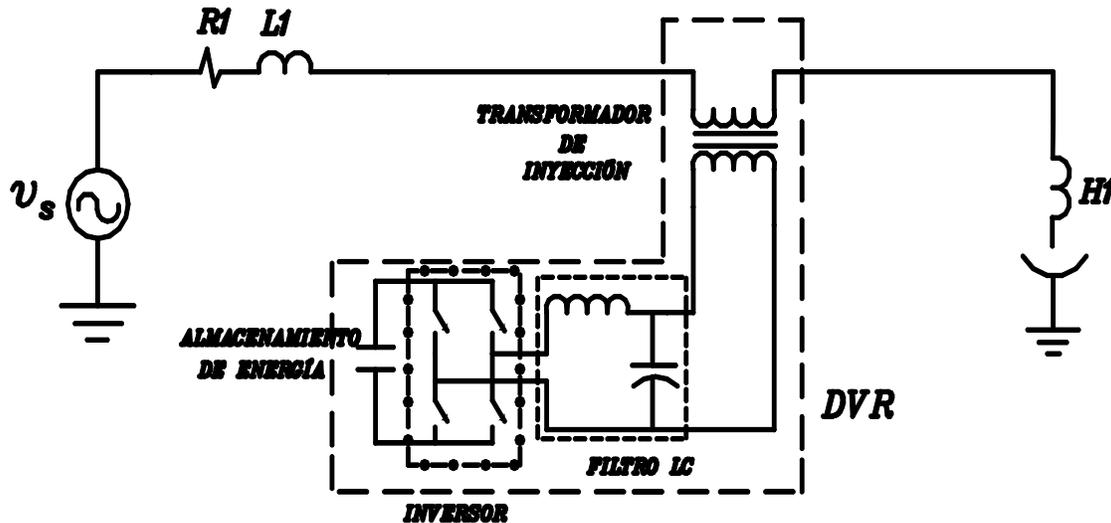
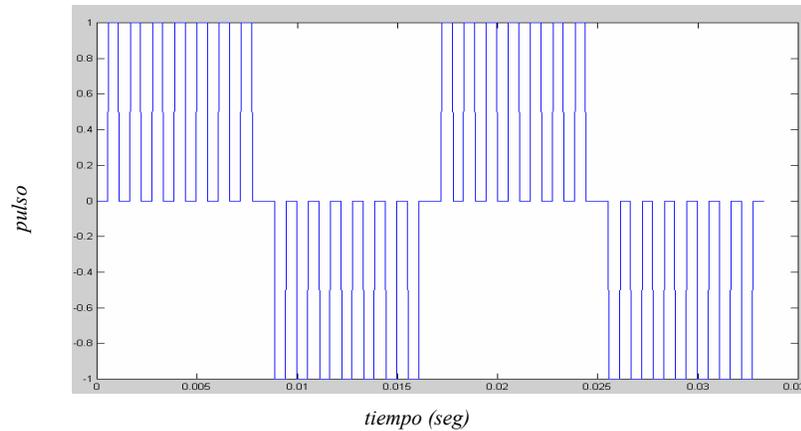


Figura 4.18 Red eléctrica de prueba 3

En el Apéndice A.3, se resumen las cuatro ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del circuito de la Figura 4.18 y los parámetros utilizados para este circuito.

El *DVR* contiene un inversor, cuya función es cambiar el voltaje de entrada de *c.d.* a un voltaje de salida en *c.a.*, mediante una técnica de modulación de ancho de pulsos (*PWM*). En esta tesis, la técnica *PWM* implementada para obtener el voltaje de *c.a.* es conocida como *modulación uniforme de ancho de pulso* [30], la cual se crea mediante una señal portadora y una señal de referencia. En el Apéndice C, se presenta la manera en que se lleva a cabo la simulación del dispositivo *PWM*.

En la Figura 4.19, se pueden observar los pulsos originados en el inversor de la fuente de voltaje (*VSI*), el cual produce una modulación de anchos de pulso *PWM*. La frecuencia de operación del sistema es de 60 Hz, el número de pulsos en cada medio ciclo es de siete, por lo tanto, en la Figura 4.19 se observan dos ciclos completos. En los programas FB, DN y AD, se especifica un uno (1) cuando existe un pulso y un cero (0) cuando no hay pulso. El proceso de sensado para generar los pulsos, es realizado internamente en los programas de simulación que se listan en el Apéndice B.



**Figura 4.19** Comportamiento de la modulación del ancho de pulso vs tiempo

### 4.5.1 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 3

La Tabla 4.5, muestra los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas con los métodos FB, DN y AD, respectivamente.

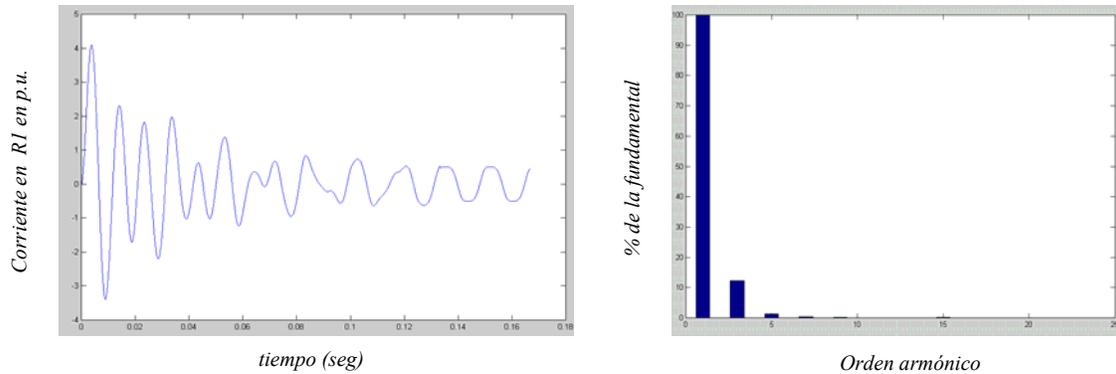
**Tabla 4.5** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 3.

NC	FB	DN	AD
1	1.767976E+00	1.767976E+00	1.767976E+00
2	1.966544E+00	1.966544E+00	1.966544E+00
3	1.978662E+00	1.978662E+00	1.978662E+00
:	:	:	:
8	2.184126E-01	2.184126E-01	2.184126E-01
13	2.112208E-02	2.351647E-03	2.394368E-03
18	1.756806E-03	2.225442E-13	2.275634E-13
:	:	:	:
55	9.791123E-11		

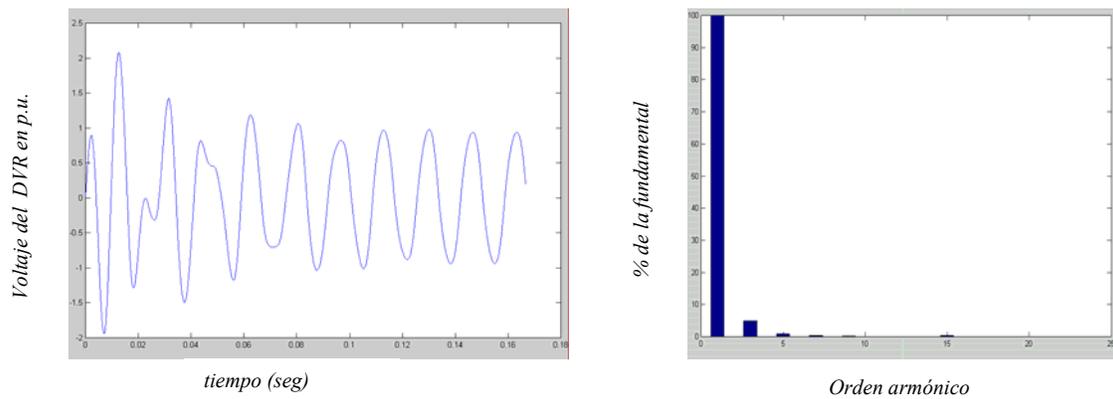
De la Tabla 4.5, se puede observar que el método FB presenta una característica de lenta convergencia, requiriendo de 55 ciclos completos para llegar al *ciclo límite*, mientras que las técnicas Newton DN y AD nuevamente presentan una convergencia natural cuadrática, observando que se requiere obtener en el ciclo 8 el ciclo base y dos aplicaciones de las técnicas de aceleración, respectivamente, para llegar al *ciclo límite*, haciendo un total de 18 ciclos, lo cual representa el 31% respecto del método FB.

En las Figuras 4.20 y 4.21, se ilustran las formas de onda para algunas de las variables de estado en el dominio del tiempo. La Figura 4.20, muestra el proceso de solución en el dominio del tiempo para el flujo de la corriente a través de la rama *RI* vs tiempo y su respectivo espectro armónico. Obsérvese que se tiene una presencia importante de tercera armónica, 12%, debida básicamente a la operación del horno de arco eléctrico. La Figura 4.21 muestra el comportamiento en el dominio del tiempo del voltaje en el secundario del transformador de inyección del *DVR* y su espectro armónico; aquí la tercera armónica es de 5 % de la fundamental.

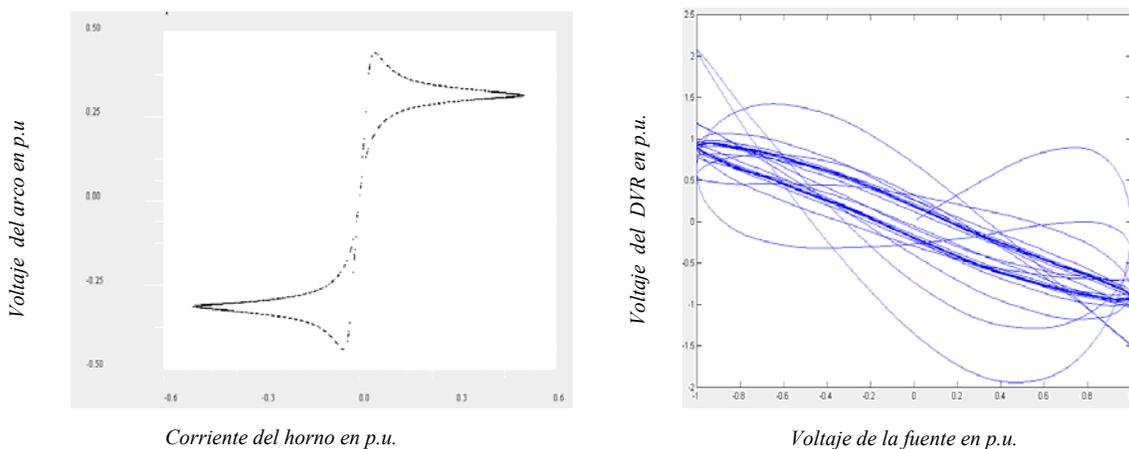
En la Figura 4.22, se puede apreciar la característica de la *corriente vs voltaje* del horno de arco eléctrico. Finalmente, en la Figura 4.23, se puede observar la convergencia al ciclo límite del voltaje del DVR vs voltaje de la fuente.



**Figura 4.20** Comportamiento de la corriente a través de *R1* vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.21** Comportamiento del voltaje del *DVR* vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.22** Característica de la *corriente del horno vs voltaje del arco*

**Figura 4.23** Convergencia al ciclo límite de la variable de estado de voltaje del *DVR vs fuente*

#### 4.6 Red eléctrica de prueba 4

La Figura 4.24, muestra la red eléctrica de prueba 4. Este es un sistema eléctrico en anillo que contiene 7 nodos, 7 líneas, cuatro hornos de arco eléctrico, tres capacitores fijos, un *TSC* y un *SVS*. En el arreglo propuesto, los capacitores fijos ( $C1$ ,  $C4$  y  $C5$ ) y el *TSC* ( $C3$ ) se colocan en paralelo con los hornos de arco eléctrico, con el fin de compensar la potencia reactiva demandada por los hornos de arco; el ángulo de conmutación de los tiristores del *TSC* es de  $120^\circ$ . El *SVS* ( $C2$  y  $L8$ ) se coloca en el nodo 3 con el objetivo de absorber o suministrar potencia reactiva a la red. El ángulo de conmutación de los tiristores del *TCR* ( $L8$ ), es de  $150^\circ$  y para el caso del *TSC* ( $C2$ ) que es parte del *SVS*, la conmutación será libre de transitorios, esto es, el capacitor entra en operación cuando existe el pico máximo del voltaje de la fuente  $v_{s1}$ , según se indicó en el capítulo 3.

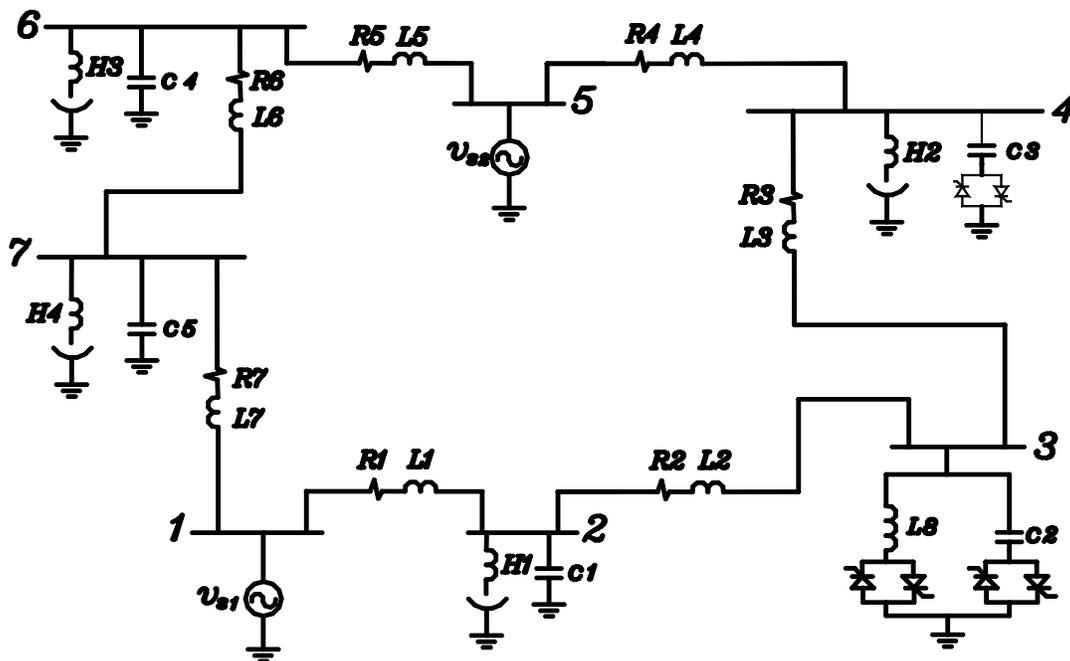


Figura 4.24 Red eléctrica de prueba 4

El comportamiento dinámico del sistema eléctrico de la Figura 4.24, es expresado mediante un conjunto de 21 ecuaciones diferenciales ordinarias, mismas que se listan en el Apéndice A.4 junto con los parámetros iguales y desiguales utilizados para este caso de estudio.

##### 4.6.1 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros iguales

En la Tabla 4.6, se presentan los resultados obtenidos mediante la aplicación de los métodos FB, DN y AD para la solución de la red eléctrica con parámetros iguales. Obsérvese que el método FB requiere de aplicar 545 ciclos completos para alcanzar el *ciclo límite*. Para las técnicas Newton DN y AD el ciclo base se obtiene en el ciclo 8,

posteriormente, se aplican 5 veces las técnicas Newton para obtener el *ciclo límite* y por lo tanto el estado estacionario de operación de la red eléctrica, es decir, se requiere la evaluación de un total de 118 ciclos completos, esto representa el 22% respecto del método convencional de FB.

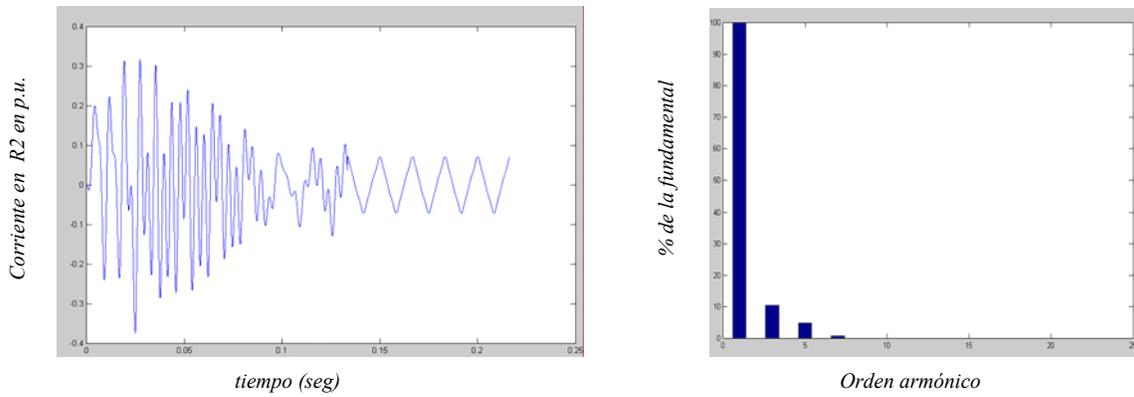
**Tabla 4.6** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros iguales

NC	FB	DN	AD
1	9.385687E-01	9.385687E-01	9.385687E-01
2	6.654811E-01	6.654811E-01	6.654811E-01
3	3.678289E-01	3.678289E-01	3.678289E-01
⋮	⋮	⋮	⋮
8	2.079495E-01	2.079495E-01	2.079495E-01
30	9.845585E-02	4.809374E-02	4.793452E-02
52	2.434488E-02	5.648378E-03	5.429345E-03
74	1.088019E-02	6.739872E-04	6.448364E-04
96	6.655591E-03	3.278536E-08	2.874532E-08
118	2.223437E-03	1.332267E-15	1.073524E-15
⋮	⋮		
545	9.713585E-11		

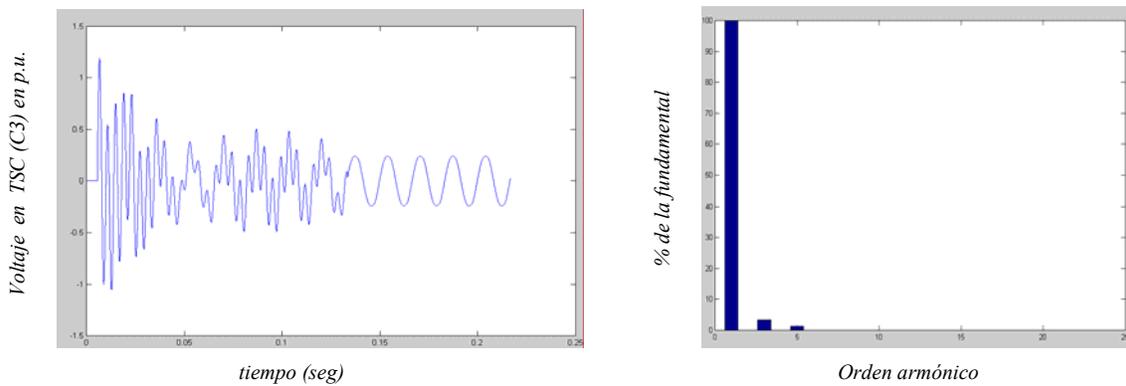
La Figura 4.25, ilustra el proceso de solución en el dominio del tiempo para la corriente que circula a través de la rama *R2 vs tiempo* y también se muestra su respectivo contenido armónico; 10% de tercera armónica y 6% de quinta armónica. La presencia de estas armónicas se debe a la operación de los hornos de arco eléctrico y el *SVS*. En la Figura 4.26, se observa el comportamiento en el dominio del tiempo del voltaje en terminales del *TSC vs tiempo* con un ángulo de conmutación de los tiristores de  $120^{\circ}$ . Así mismo, se presenta el espectro armónico del comportamiento del voltaje en estado estacionario, el cual contiene la presencia de las armónicas tercera y quinta con un 3% y 1% respectivamente. En esta Figura, se puede observar con toda claridad y de manera muy importante, el momento en que se inicia la aplicación de las técnicas de aceleración de las variables de estado en  $t=0.13$  segundos y como se alcanza rápidamente el estado estacionario de operación.

En las Figuras 4.27 y 4.28 se ilustra el comportamiento en el dominio del tiempo de dos variables de estado. En la Figura 4.27, se muestra el comportamiento del voltaje en las terminales del capacitor fijo *CI vs tiempo*. Se observa nuevamente de manera importante y detallada el inicio y la aplicación de las técnicas de aceleración de las variables de estado al *ciclo límite* en el tiempo  $t=0.13$  segundos. En esta misma figura, se ilustra el espectro armónico principalmente con contenidos de tercera y quinta armónicas, con magnitudes de 3% y 1%, respectivamente. En la Figura 4.28, se puede observar el comportamiento de la corriente a través del *TCR vs tiempo*; el *TCR* tiene un ángulo de conmutación de los tiristores de  $150^{\circ}$  y presenta un porcentaje elevado de armónicas impares con 82% de tercera, 55% de quinta, 25% de séptima, así mismo se presentan algunas armónicas de menor magnitud como 5% de novena, 7% de onceava, 9% de treceava, 3% de quince y diecinueveava y 1% de diecisieteava armónicas.

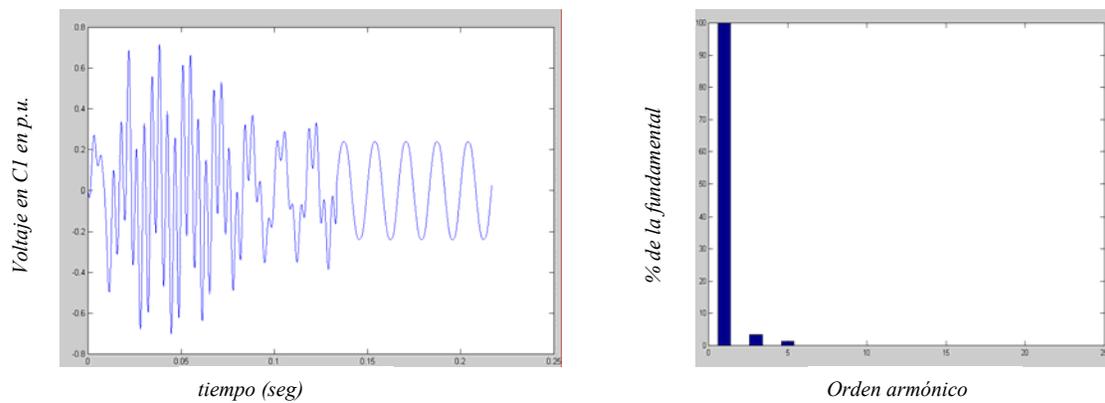
Finalmente, en las Figuras 4.29 y 4.30, se muestran las convergencias al *ciclo límite* en dos y tres dimensiones de la fuente generadora  $v_{SI}$  vs corriente que circula a través del *TCR*.



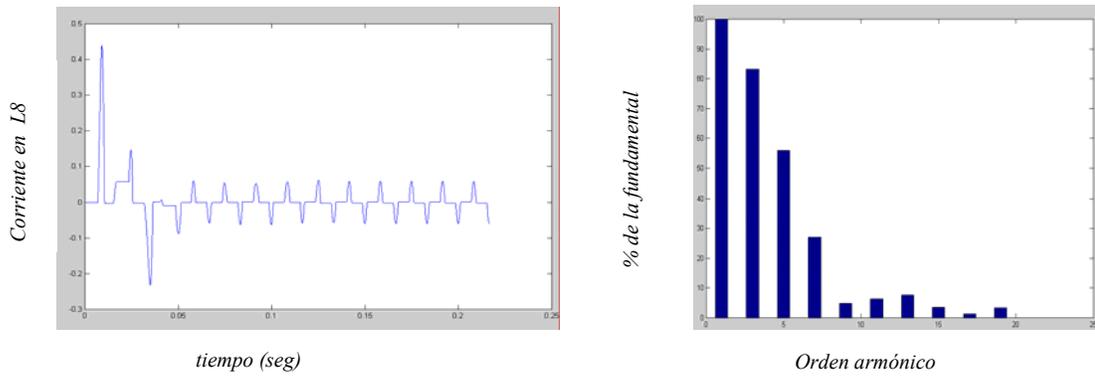
**Figura 4.25** Comportamiento de la corriente a través de *R2* vs tiempo y su espectro armónico



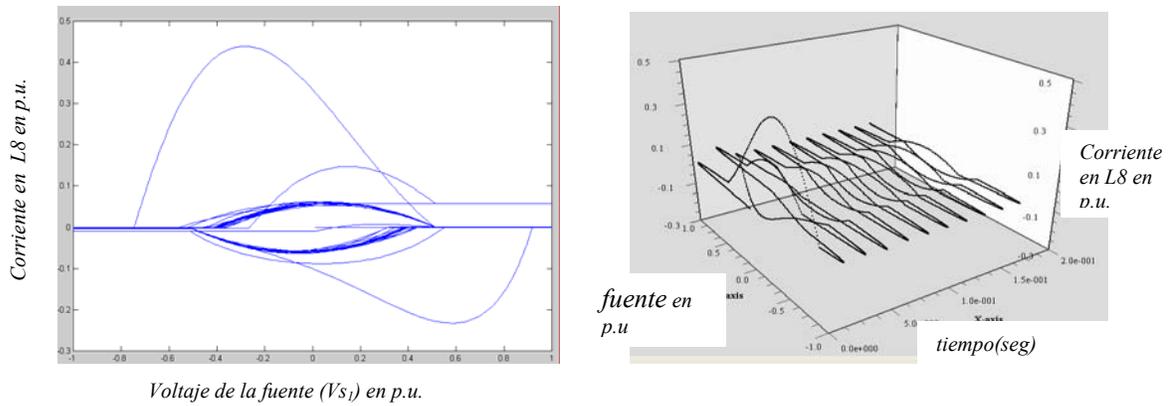
**Figura 4.26** Comportamiento del voltaje en terminales del *TSC* vs tiempo con ángulo de conmutación de tiristores de  $120^{\circ}$  y su espectro armónico



**Figura 4.27** Comportamiento del voltaje en las terminales de *C1* vs tiempo y su espectro armónico



**Figura 4.28** Comportamiento de la corriente a través de  $L8$  vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.29** Convergencia al ciclo límite de la fuente ( $v_{s1}$ ) vs *corriente* que circula a través del TCR ( $L8$ )

**Figura 4.30** Convergencia al ciclo límite de la fuente 1 ( $v_{s1}$ ) vs *corriente* a través del TCR ( $L8$ ) en tres dimensiones

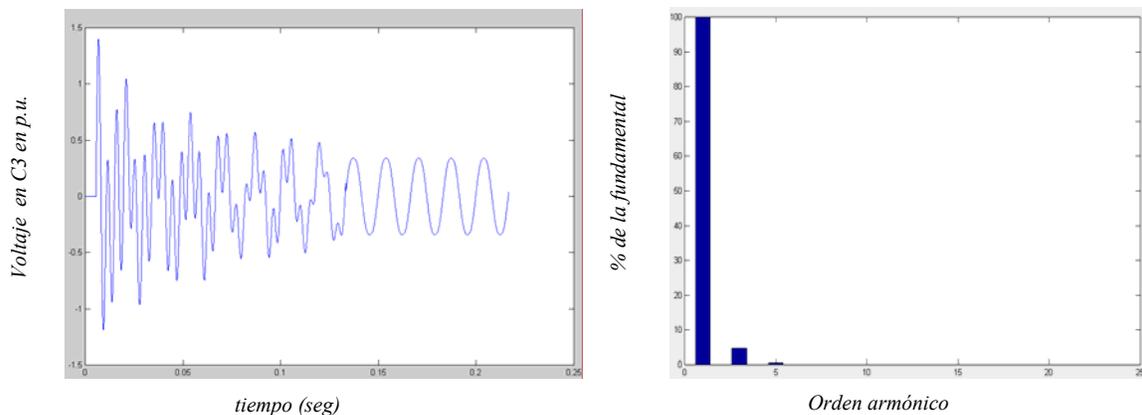
#### 4.6.2 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros desiguales

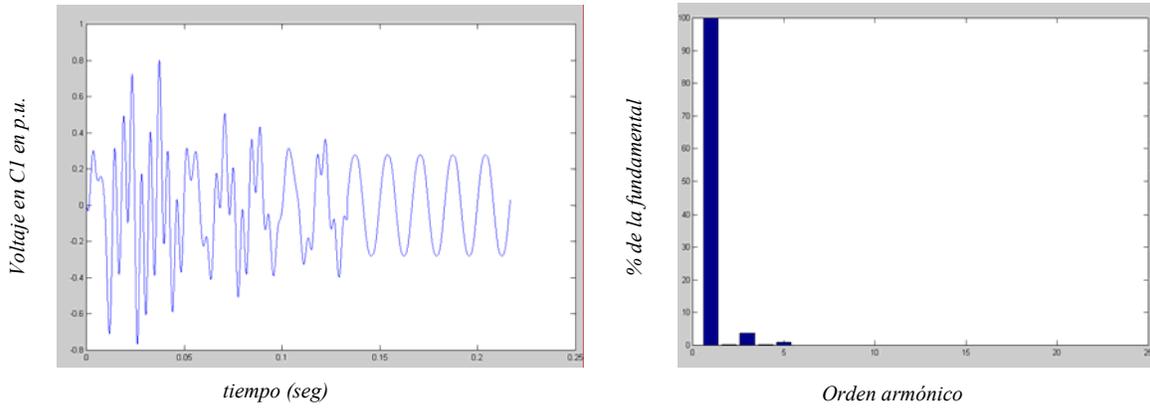
Nuevamente se obtuvo la solución de la red eléctrica de prueba 4 pero con parámetros desiguales, mismos que se presentan en el Apéndice A.4. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla comparativa 4.7. Obsérvese que el método FB requiere de 632 ciclos completos para obtener el comportamiento de estado estacionario de la red eléctrica, esto significa un incremento de 87 ciclos adicionales a los utilizados para la misma red eléctrica de prueba pero con parámetros iguales. Por otra parte, la solución en estado estacionario empleando las técnicas Newton DN y AD requieren de cinco aplicaciones cada una respectivamente, después de haber obtenido el ciclo base en el ciclo 8, haciendo un total de 118 ciclos completos, esto representa el 19% respecto del método FB.

**Tabla 4.7** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 4 con parámetros desiguales

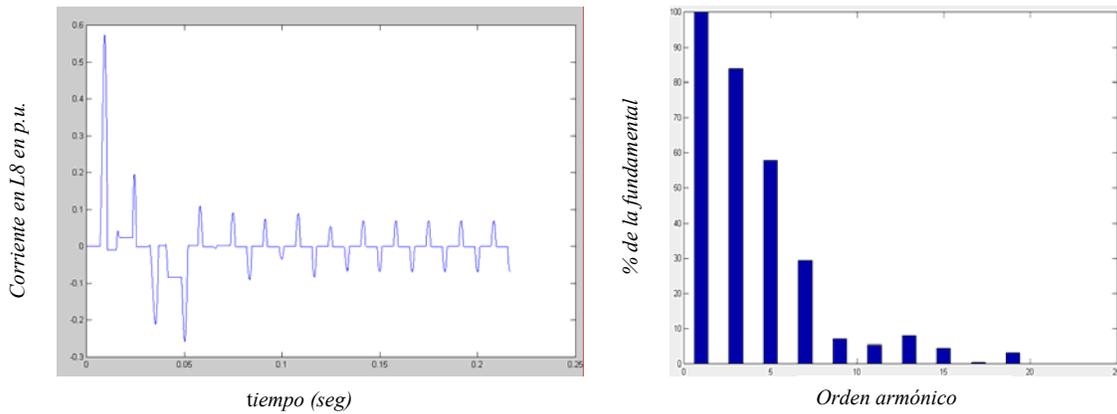
NC	FB	DN	AD
1	8.569740E-01	8.569740E-01	8.569740E-01
2	1.047939E+00	1.047939E+00	1.047939E+00
3	9.634749E-01	9.634749E-01	9.634749E-01
⋮	⋮	⋮	⋮
8	1.922867E-01	1.922867E-01	1.922867E-01
30	4.293715E-02	1.837824E-01	1.837432E-01
52	2.847733E-02	1.665678E-03	1.664785E-03
74	1.711089E-02	1.175073E-03	1.085432E-04
96	5.006685E-03	3.943549E-09	2.257655E-09
118	1.951754E-03	3.774758E-15	1.302265E-15
⋮	⋮		
632	9.733725E-11		

En las Figuras 4.31 y 4.32, se muestran los comportamientos de diferentes variables de estado en el dominio del tiempo. La Figura 4.31, ilustra el proceso de solución en el dominio del tiempo para el voltaje en el capacitor  $C3$  vs *tiempo*. Obsérvese como a partir de la aplicación de las técnicas Newton en  $t=0.13$  segundos, se obtiene rápidamente el estado estacionario del sistema. En la misma figura se ilustra su espectro armónico, el cual contiene principalmente tercera armónica, 4%. En la Figura 4.32, se muestra el comportamiento del voltaje en el capacitor fijo  $C1$  vs *tiempo*. El contenido armónico de la forma de onda es de 3% y 1% de tercera y quinta armónica respectivamente. En la Figura 4.33, se muestra el comportamiento de la corriente que circula a través de la inductancia del  $TCR$  vs *tiempo*. El ángulo de conmutación de tiristores del  $TCR$  es de  $150^\circ$ ; se muestra también el contenido armónico que esta señal genera en estado estacionario, con una importante presencia de armónicas impares; 83% de tercera, 57% de quinta, 27% de séptima, 7% de novena, 5% de onceava, 8% de treceava, 4% de quinceava y 3% de diecinueveava. Finalmente, se presenta la convergencia al *ciclo límite* del voltaje de la *fuerza vs corriente* que circula a través del  $TCR$  ( $L8$ ) en la Figura 4.34 y la característica *corriente vs voltaje* del horno de arco eléctrico 2 en la Figura 4.35.

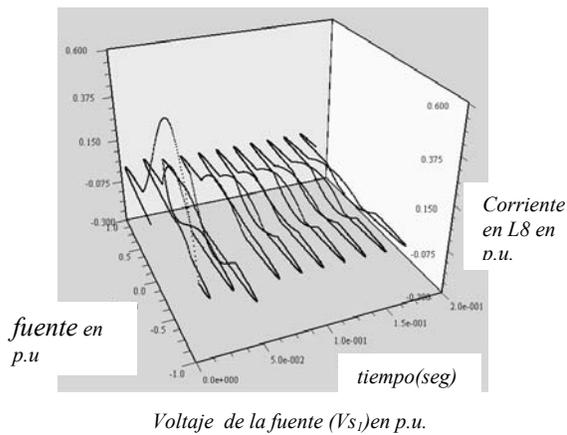
**Figura 4.31** Comportamiento del voltaje en las terminales de  $C3$  vs *tiempo* y su espectro armónico



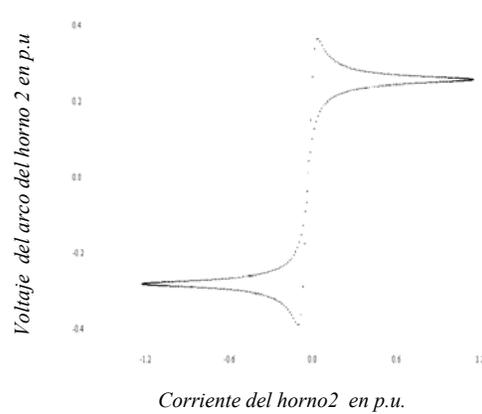
**Figura 4.32** Comportamiento del voltaje en las terminales de *C1* vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.33** Comportamiento de la corriente a través del *TCR (L8)* vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.34** Convergencia al ciclo límite de la fuente 1 ( $v_{s1}$ ) vs corriente que circula a través del TCR (*L8*) en tres dimensiones



**Figura 4.35** Característica de la corriente del horno 2 vs voltaje del arco

#### 4.7 Red eléctrica de prueba 5

La Figura 4.36 ilustra la red eléctrica de prueba 5, compuesta por dos fuentes de generación eléctrica, cinco nodos, seis líneas o ramas, cuatro hornos de arco eléctrico, dos capacitores fijos conectados en los nodos 1 y 3, con el fin de compensar la potencia reactiva demanda por los hornos de arco eléctrico 1 y 3, un *TSC* conectado en el nodo 5 para compensar la potencia reactiva demanda por el horno de arco eléctrico 4 y un *DVR*, conectado en serie con las línea 3 para soportar las caídas de voltaje en esa línea.

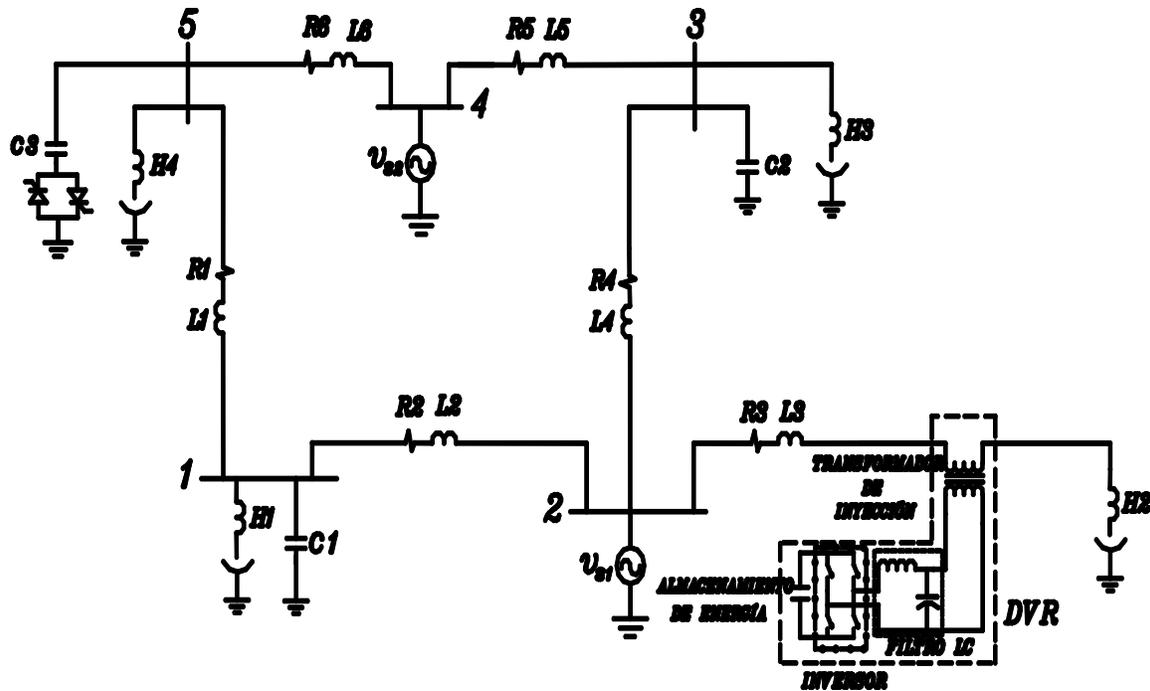


Figura 4.36 Red eléctrica de prueba 5

Un conjunto de 18 ecuaciones diferenciales representan la dinámica del circuito de la Figura 4.36; este conjunto de ecuaciones diferenciales se resume en el Apéndice A.5, así como los parámetros utilizados para esta red eléctrica.

##### 4.7.1 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros iguales

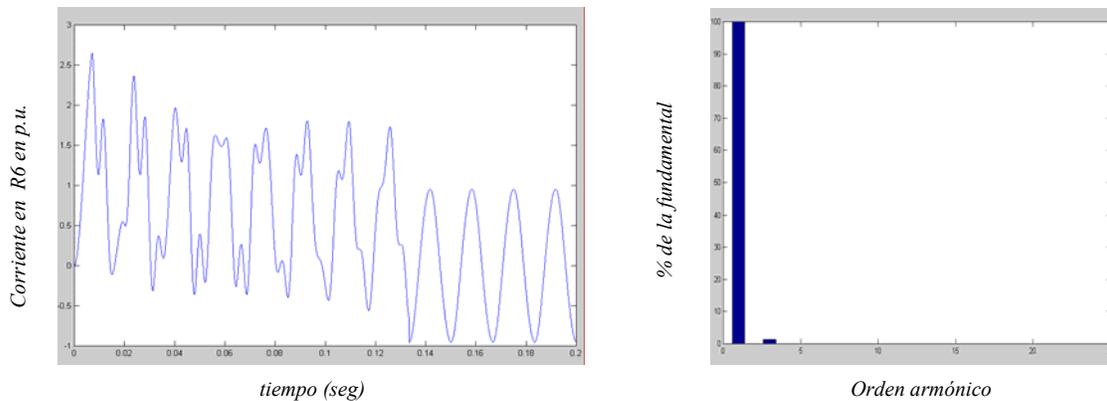
En la Tabla 4.8, se resumen los resultados obtenidos por las tres diferentes metodologías utilizadas para resolver la red eléctrica de la Figura 4.36. De la tabla, se puede observar que se necesitaron 719 ciclos completos por el método FB para obtener el *ciclo límite* y por lo tanto el comportamiento en estado estacionario periódico de operación de las distintas variables eléctricas, mientras que el número de ciclos completos requeridos por las técnicas Newton DN y AD es de 84, representando el 12% de cálculos a los necesitados por el método FB.

**Tabla 4.8** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros iguales

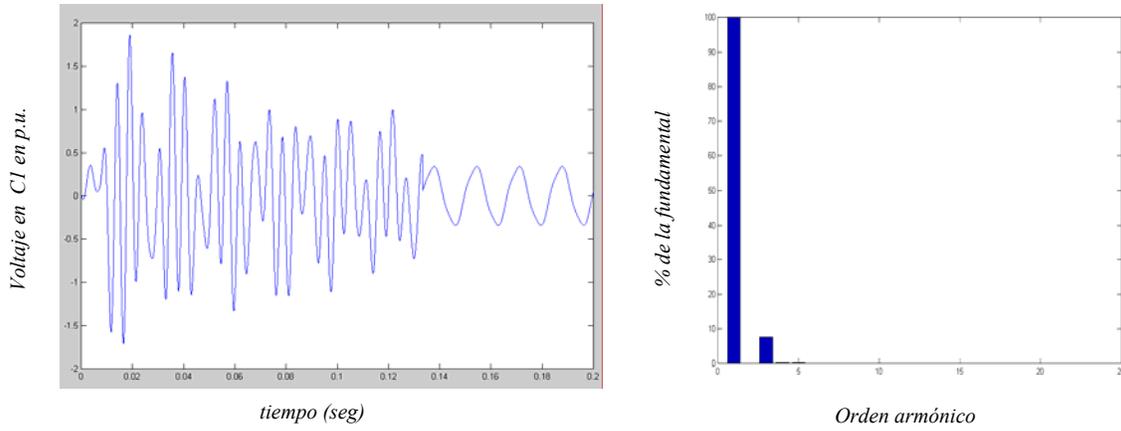
NC	FB	DN	AD
1	1.767976E+00	1.767976E+00	1.767976E+00
2	1.433017E+00	1.433017E+00	1.433017E+00
3	7.293294E-01	7.293294E-01	7.293294E-01
⋮	⋮	⋮	⋮
8	2.775040E-01	2.775040E-01	2.775040E-01
27	1.377736E-01	4.827859E-01	4.828032E-01
46	7.766667E-02	6.830096E-03	6.833245E-03
65	4.936398E-02	2.067650E-07	2.068139E-07
84	2.764903E-02	1.887379E-14	1.888046E-14
⋮	⋮		
719	9.332068E-11		

El proceso de solución en el dominio del tiempo de esta red eléctrica se puede observar mediante las Figuras 4.37-4.40. En todas estas figuras se puede observar de manera clara, detallada e importante, el momento de aplicación de las técnicas Newton en  $t = 0.13$  segundos. La Figura 4.37 muestra el flujo de corriente a través de  $R6$  vs tiempo y su espectro armónico, con 1% de tercera armónica. La Figura 4.38 ilustra el comportamiento del voltaje en las terminales del capacitor fijo  $C1$  vs tiempo, con su respectivo espectro armónico; 8% de tercera armónica. La Figura 4.39 ilustra el comportamiento del voltaje en terminales del TSC ( $C3$ ) vs tiempo, para un ángulo de conmutación de tiristores de  $120^\circ$ . El espectro armónico obtenido de esta señal contiene 8% de tercera armónica.

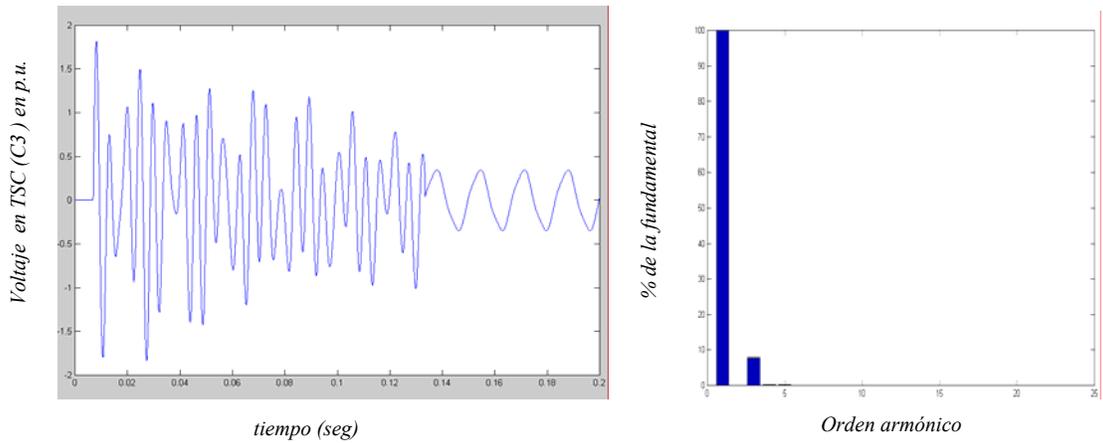
En la Figura 4.40, se presenta el comportamiento del voltaje del DVR vs tiempo con su respectivo espectro armónico. En las Figuras 4.41 y 4.42, se observa la convergencia al ciclo límite del voltaje del generador 1  $v_{s1}$  vs voltaje del DVR en tres y dos dimensiones respectivamente. La Figura 4.43 describe la característica de voltaje vs corriente para el horno de arco 2.



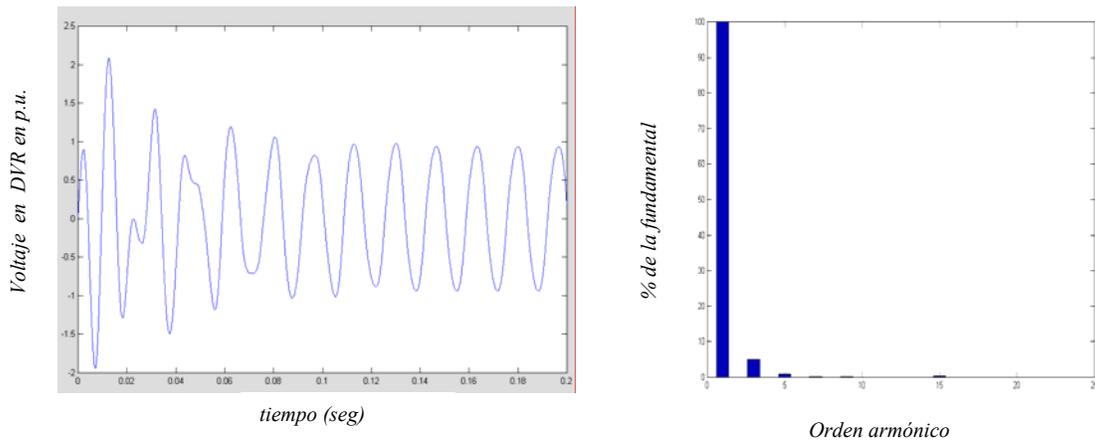
**Figura 4.37** Comportamiento de la corriente a través de  $R6$  vs tiempo y su espectro armónico



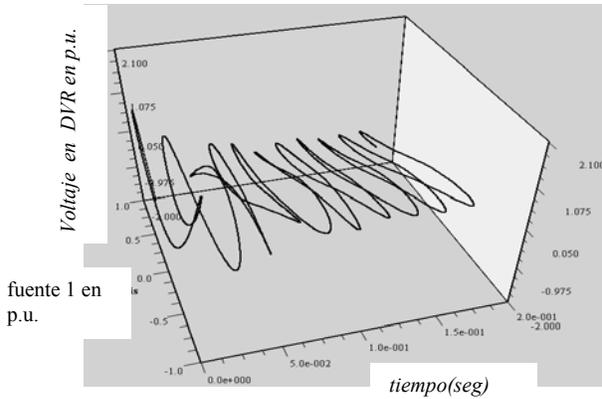
**Figura 4.38** Comportamiento del voltaje en terminales de *CI* vs *tiempo* y su espectro armónico



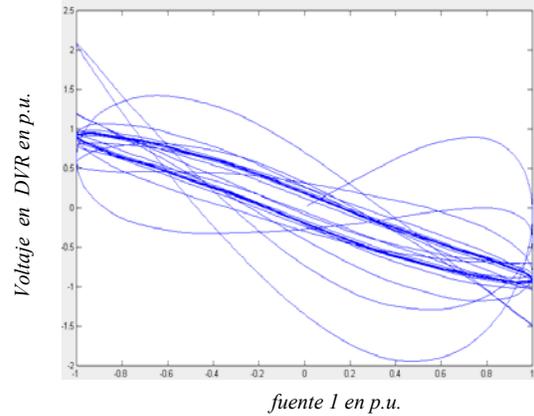
**Figura 4.39** Comportamiento del voltaje en terminales de *TSC (C3)* vs *tiempo* y su espectro



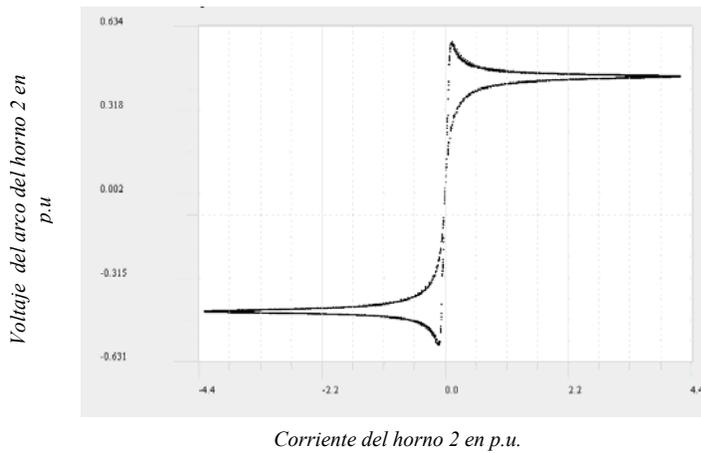
**Figura 4.40** Comportamiento del voltaje en *DVR* vs *tiempo* y su espectro armónico



**Figura 4.41** Convergencia al ciclo límite con parámetros iguales de la *fuente 1* vs *voltaje* en DVR en tres dimensiones



**Figura 4.42** Convergencia al ciclo límite de la *fuente 1* vs *voltaje* en DVR con parámetros iguales



**Figura 4.43** Comportamiento de la corriente del *horno 2* vs *voltaje* del *horno 2*

#### 4.7.2 Análisis de resultados de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros desiguales

La red eléctrica de prueba 5, es ahora analizada aplicando parámetros desiguales, mismos que se presentan en el Apéndice A.5. En la Tabla 4.9, se muestra la comparación de los resultados obtenidos al aplicar la técnica convencional de FB y las técnicas Newton de aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* DN y AD. En esta tabla, los valores corresponden al máximo error calculado durante la solución de las 18 variables de estado. Obsérvese de la Tabla 4.9 que el estado estacionario periódico se alcanza después de aplicar 775 ciclos completos con el método FB, esto representa 56 ciclos adicionales a los aplicados con parámetros iguales para el mismo sistema de prueba. Las técnicas Newton requirieron de 84 ciclos completos para llegar al *ciclo límite*

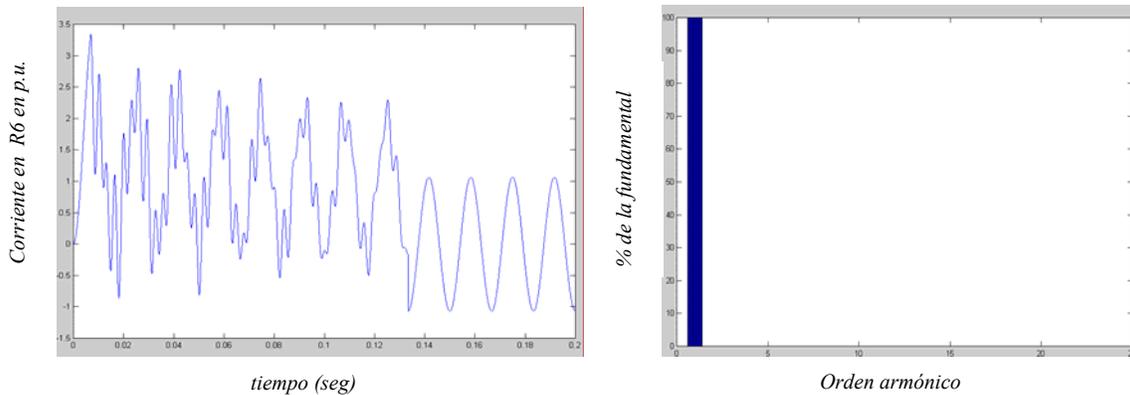
y por lo tanto al estado estacionario periódico de operación, representando el 11% respecto de los cálculos necesitados por el método convencional FB.

**Tabla 4.9** Comparación de la solución de la red eléctrica de prueba 5 con parámetros desiguales

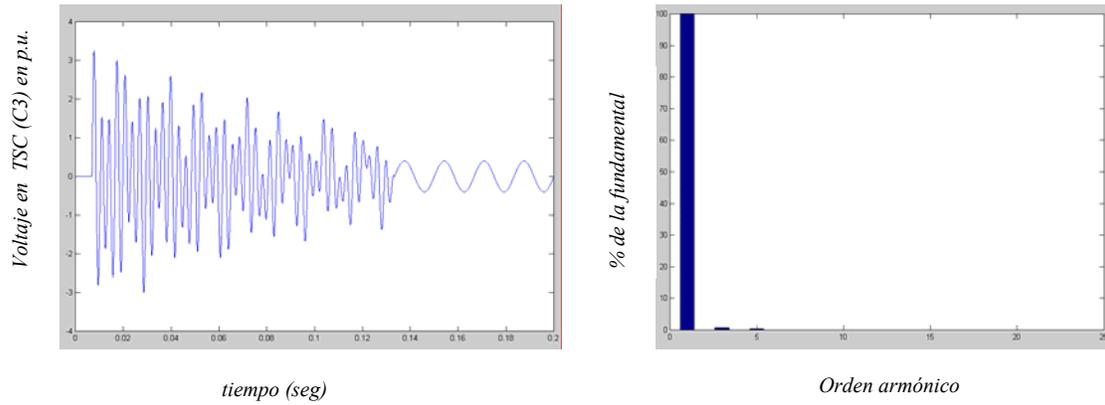
NC	FB	DN	AD
1	2.271374E+00	2.271374E+00	2.271374E+00
2	2.367959E+00	2.367959E+00	2.367959E+00
3	1.452751E+00	1.452751E+00	1.452751E+00
:	:	:	:
8	1.113169E+00	1.113169E+00	1.113169E+00
27	2.057781E-01	4.420716E-01	4.734735E-01
46	6.294711E-02	2.163756E-05	2.536574E-05
65	1.131172E-02	2.660385E-10	2.934563E-10
84	3.298351E-03	3.275158E-15	3.664737E-15
:	:	:	:
775	9.928990E-11		

En las Figuras 4.44 - 4.46, se presentan los comportamientos en el dominio del tiempo de las variables eléctricas obtenidas de la solución del sistema de 18 ecuaciones diferenciales. En todas estas figuras, se puede observar como de manera dramática se acelera la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* a partir de  $t=0.13$  segundos. En la Figura 4.44 se puede observar el comportamiento de la corriente que circula a través de  $R6$  vs tiempo y su respectivo espectro armónico, el cual muestra un nulo contenido armónico y solo se presenta la componente fundamental. En la Figura 4.45 se observa el comportamiento del voltaje en terminales del TSC ( $C3$ ) vs tiempo con ángulo de conmutación de tiristores de  $120^0$  y su espectro armónico con 1% de tercera y quinta armónica respectivamente.

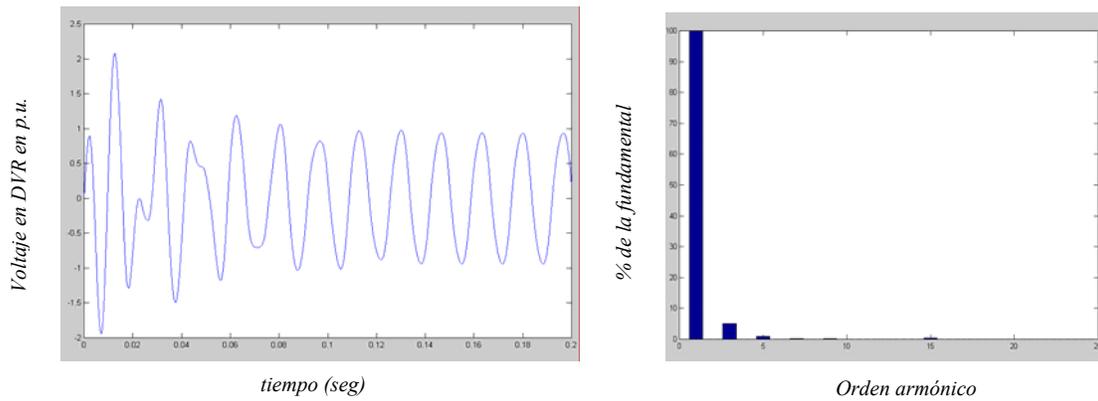
En la Figura 4.46, se puede observar el comportamiento de la señal de voltaje del DVR vs tiempo con su respectivo espectro armónico, el cual presenta un 5% de tercera armónica. Por último en la Figura 4.47, muestra la convergencia al *ciclo límite* de la fuente de voltaje 1 vs corriente en  $R6$  a) con el método de FB y b) con los métodos Newton.



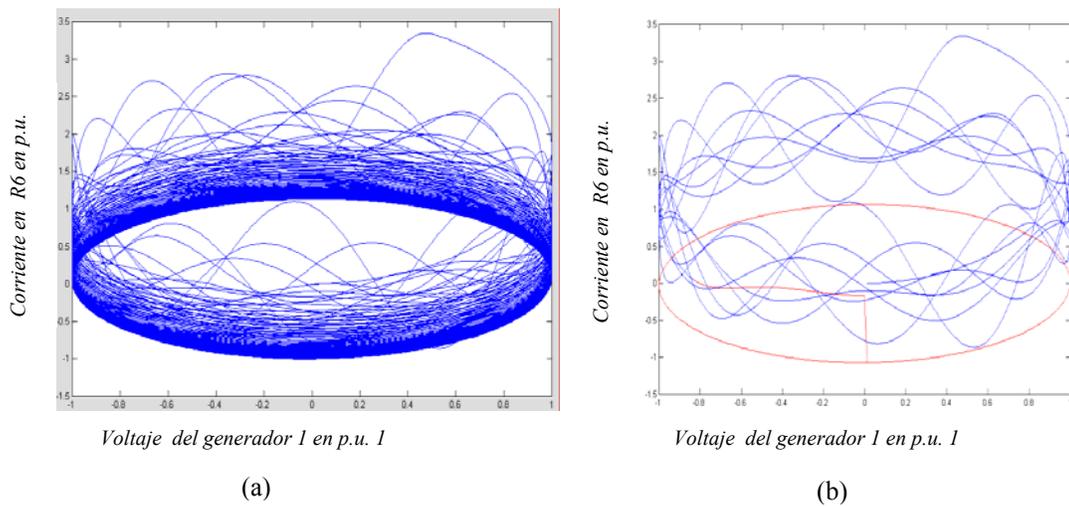
**Figura 4.44** Comportamiento de la corriente en  $R6$  vs tiempo y su espectro armónico



**Figura 4.45** Comportamiento del voltaje en C3 vs tiempo y su espectro armónico



**Figura 4.46** Comportamiento del voltaje en DVR vs tiempo y su espectro armónico



**Figura 4.47** Convergencia al ciclo límite de la fuente de voltaje 1 vs corriente a través de R6 con parámetros desiguales a) Método FB; b) Métodos Newton

---

---

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES GENERALES Y SUGERENCIAS PARA INVESTIGACIONES FUTURAS

#### 5.1 Introducción

En los últimos años, el análisis de armónicos en los sistemas eléctricos ha experimentado avances muy importantes; se han establecido diferentes modelos matemáticos de los componentes eléctricos y han surgido diversos métodos de simulación, estos métodos se basan principalmente en tres marcos de referencia: *dominio de la frecuencia*, *dominio del tiempo* y *dominio híbrido frecuencia-tiempo*. En esta tesis se trabajó en el dominio del tiempo, debido a que recientemente se han creado novedosas técnicas tipo Newton, las cuales permiten acelerar la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite* o estado estacionario periódico de operación de sistemas eléctricos. Estas técnicas Newton poseen la importante característica de resolver las ecuaciones de estado o sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) en un número considerablemente menor de iteraciones comparado al número de iteraciones aplicadas con los métodos convencionales de solución de EDOs.

En esta tesis, se aplicaron las técnicas Newton primero a la solución de las ecuaciones de estado de elementos individuales no lineales y variantes en el tiempo y posteriormente se aplicaron a las ecuaciones de estado de varios sistemas eléctricos de prueba que contienen elementos lineales, no lineales y variantes en el tiempo, obteniéndose las siguientes conclusiones generales.

#### 5.2 Conclusiones Generales

- En esta tesis, se desarrollaron las ecuaciones de estado de diversos dispositivos no lineales y variantes en el tiempo como Reactores Controlados por Tiristores (*TCR* por sus siglas en inglés), Capacitores Conmutados por Tiristores (*TSC* por sus siglas en inglés), Sistemas Estáticos de Volts-Amperes Reactivos (*SVS* por sus siglas en inglés), Reguladores de Voltaje Dinámicos (*DVR* por sus siglas en inglés) y como carga el horno de arco eléctrico. Con excepción del horno de arco eléctrico, las ecuaciones de estado obtenidas de cada dispositivo, se solucionaron mediante un método convencional de Fuerza Bruta (FB) y mediante dos técnicas Newton basadas en la aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*. Los resultados obtenidos, se presentan mediante tablas comparativas las cuales indican los errores máximos obtenidos durante el proceso de solución de las variables de estado, considerando una tolerancia en el error de  $10^{-10}$  p.u. para localizar el *ciclo límite*. Se observa en todos los casos la ventaja computacional asociada con las soluciones obtenidas por las técnicas Newton basadas en procesos de Diferenciación Numérica (DN) y Aproximación Directa (AD). El número de ciclos requeridos por estas

---

técnicas Newton para alcanzar el estado estacionario de operación, representó en promedio un 20% del requerido por el método convencional FB, reduciéndose así considerablemente el esfuerzo computacional para obtener la solución en estado estacionario en el dominio del tiempo de los sistemas eléctricos analizados. Además, en todos los casos, con una mayor precisión. Por lo tanto, las técnicas Newton aplicadas a elementos individuales no lineales y variantes en el tiempo resultan ser notablemente más eficientes en comparación con los métodos convencionales de solución del tipo FB.

- Las ecuaciones de estado de varias redes eléctricas no lineales de prueba se resolvieron mediante un método convencional FB y dos técnicas Newton DN y AD, respectivamente, las cuales permiten de manera eficiente y dramática acelerar la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*. Esta aceleración no solo es posible observarla mediante tablas comparativas las cuales se presentaron en esta tesis, en donde se muestran distintos valores que indican el máximo error que se calcula durante la solución de las variables de estado de cada red eléctrica, sino también, es posible observarla gráficamente. En esta tesis, se presentaron varias gráficas en el dominio del tiempo que presentan de manera muy clara y precisa el momento en que inicia la aplicación de las técnicas Newton y por lo tanto la aceleración de las variables de estado para obtener rápidamente el *ciclo límite* y por lo tanto el estado estacionario periódico de operación.
- En esta tesis, se analizaron varias redes eléctricas no lineales con parámetros iguales y con parámetros desiguales y en todos los casos se observó que al incorporar los parámetros desiguales, el número de ciclos de tiempo para obtener el estado estacionario periódico de operación se incrementa.
- Por primera vez las técnicas Newton DN y AD se aplican al modelo en espacio de estado del Regulador de Voltaje Dinámico (*DVR*) y a sistemas eléctricos no lineales que contienen este dispositivo variante en el tiempo. El *DVR*, está compuesto por un inversor cuya función es cambiar el voltaje de entrada de *cd* a un voltaje de salida de *ca* mediante la aplicación de la modulación de ancho de pulsos (*PWM* por sus siglas en inglés) cuya técnica de control es conocida como *modulación uniforme de ancho de pulso*. Esta técnica presenta la característica de aplicar varios pulsos en un ciclo, en esta tesis se aplicaron catorce pulsos por cada ciclo. Durante el trabajo realizado en esta tesis, se pudo observar que aún cuando se introdujeron varios pulsos en un solo ciclo, las técnicas Newton requirieron un 25% de ciclos en comparación con la técnica convencional de FB, con lo que se concluye que las técnicas Newton permiten obtener la solución en estado estacionario con mayor eficiencia que las técnicas convencionales del tipo FB, independientemente del número de pulsos aplicados en cada ciclo.
- Se ha demostrado, de los casos de estudio analizados, que además los métodos Newton DN y AD son numéricamente robustos y permiten obtener eficientemente la solución en estado estacionario de redes eléctricas no lineales en presencia de una elevada distorsión de la forma de onda (voltaje y/o corriente).

---

### 5.3 Trabajos de Investigación Futuros

Durante la realización de este trabajo de tesis, se observó que se puede extender la investigación en el uso de las técnicas Newton de aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*, mediante la aplicación de los siguientes puntos:

- Los capacitores conmutados por tiristores (*TSC* por sus siglas en inglés) suministran potencia reactiva de manera dinámica dependiendo de los requerimientos del sistema eléctrico, por lo que sería interesante simular el comportamiento de un *TSC* trifásico mediante técnicas Newton y representar el controlador para este dispositivo.
- En un Regulador de Voltaje Dinámico (*DVR* por sus siglas en inglés), la amplitud y el ángulo de fase de los voltajes inyectados son variables permitiendo de ese modo el control del voltaje suministrado y la potencia reactiva intercambiada entre el *DVR* y el sistema de distribución, por lo que un desarrollo interesante sería aplicar las técnicas Newton a un *DVR* trifásico e incorporar el controlador al dispositivo.
- El Regulador de Voltaje Dinámico (*DVR*), es un dispositivo de la familia *Custom Power*; sería importante obtener los modelos matemáticos de algunos otros dispositivos de esta familia, tales como el *UPS* (Uninterruptible Power Supply), *SETC* (Static Electronic Tap Changer), *DSTATCOM* (Distribution Static Synchronous Compensator), *SSTS* (Solid-State Transfer Switch), *CSB* (Solid-State Circuit-Breaker), *UPQC* (Unified Power Quality Conditioner) y aplicar a estos dispositivos las técnicas Newton, con el fin de poder realizar estudios de calidad de la energía en sistemas eléctricos de distribución no lineales.
- Un aumento de la frecuencia de conmutación en el inversor de un *DVR* reduce el contenido de armónicos de los voltajes de las fases en el lado de la carga, por lo que deja de ser necesario el filtro para limitar la emisión de armónicos en el transformador de inyección de voltaje, por lo que es importante analizar otras técnicas de conmutación en inversores de la fuente de voltaje, con el fin de determinar el porcentaje que se reduce el contenido armónico al aumentar la velocidad de conmutación de los dispositivos de electrónica de potencia.
- Las características dinámicas del *DVR* están determinadas por el filtro y la carga conectada, mientras el filtro (el cual usualmente toma la forma de una sección simple *LC*) es fácil de modelar debido a que está bien definido. Esto no es igual para la carga conectada, ya que ésta puede variar desde una carga lineal invariante en el tiempo hasta un tipo de carga no lineal variante en el tiempo. Sería interesante incorporar algunos otros modelos de cargas en el dominio del tiempo e incorporarlos a sistemas eléctricos, aplicando las técnicas Newton con el fin de conocer de manera eficiente y precisa en el dominio del tiempo su estado estacionario y extender el análisis de calidad de la energía.

- En la industria petrolera, actualmente se están instalando una gran cantidad de controladores de velocidad ajustable para arranque de motores arriba de 2000 H.P. Sería interesante poder obtener las ecuaciones de estado de estos controladores y conocer su comportamiento en dominio del tiempo aplicando las técnicas Newton, con el fin de determinar de manera eficiente y precisa la distorsión armónica que estos controladores pueden introducir a sistemas eléctricos con generación independiente.
- Con el desarrollo matemático de los componentes variantes en el tiempo y sus controladores y la aplicación de las técnicas Newton DN y AD es factible realizar estudios eficientes de estabilidad de sistemas eléctricos en que dichos componentes están conectados.

---

## REFERENCIAS

- [1] J.A. Medina, “ Power Systems Modelling in the Harmonic Domain”, PhD Thesis, University of Canterbury, New Zeland, 1992.
- [2] J. Van den Keybus, J. Driesen, David B. R. Belmasn, “Simulation of Large Number of Non-Linear in Distribution System”, Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power, Orlando FL, USA, 2000, pp. 515-519.
- [3] S. Mark Halpin, “Tutorial on Harmonics Modeling and Simulation” Symposium Quality and Security of Electric Power Delivery Systems, Montreal, Canada 2003.
- [4] Z.A. Mariños, J.L.R. Pereira, S. Carneiro, “Fast Harmonic Power Flow Calculation Using Parallel Processing”, IEE Proceedings Generation, Transmission, Distribution, Vol. 141, No.1, January 1994, pp. 27-32.
- [5] Medina, “Harmonic Simulation Techniques (Methods & Algorithms)”, IEEE Power Engineering Society General Meeting, Toronto, Ontario, Canada, 13-17, July 2003.
- [6] Arrillaga. J, Medina. A, Cavia. M L M & Sánchez. P, “The Harmonic Domain A Frame of Reference for Power System Harmonic Analysis”, IEEE Transaction, VPS-10, No.1, February 1994, pp. 433-440.
- [7] O. Rodríguez, A. Medina, “Efficient Methodology for Stability Analysis of Synchronous Machines”, IEE Proceedings Generation, Transmission, Distribution, Vol. 150, No. 4, July 2003, pp. 405-412.
- [8] Sigridt García Martínez, "Modelado del Transformador Trifásico en el Dominio del Tiempo y Análisis de su Operación en Estado Transitorio y Estado Estacionario Periódico", Tesis de Maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Diciembre de 2000.
- [9] E. Acha, M. Madrigal, “Power Systems Harmonic, Computer Modeling and Analysis”. London, U.K.: Wiley, 2001.
- [10] Thomas S. Parker, León O. Chua, “Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems”, Springer-Verlag, 1989.

- 
- [11] Ram Adapa, "Power Quality Analysis Software", IEEE Power Engineering Review, Vol. 22, No. 2, February 2002, pp. 20-21.
- [12] A. Semlyen, A. Medina, "Computation of the Periodic Steady State in Systems with Nonlinear Components Using a Hybrid Time and Frequency Domain Methodology", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 3, August 1995, pp. 1498-1504.
- [13] Steven Chapra, Raymond P. Canale, "Métodos Numéricos para Ingenieros", Mc. Graw Hill, Tercera Edición, 1999.
- [14] Richard L. Burden; J. Douglas Faires, "Análisis Numérico", International Thomson, Sexta Edición, 1998.
- [15] Norberto García, Aurelio Medina, "Efficient Computation of the Periodic Steady-State Solution of Systems Containing Nonlinear and Time-Varying Components: Application to the Modeling of TCRs", Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power, Orlando FL, USA, Vol. 2, 2000, pp. 673-678.
- [16] Aurelio Medina, Norberto Garcia, "Newton Methods for the Fast Computation of the Periodic Steady-State Solution of Systems with Nonlinear and Time-Varying Components", Proceedings of the IEEE PES 1999 Summer Meeting, Edmonton, Alberta, Canada, July 1999, pp. 664-669.
- [17] Muhammad H. Rashid, "Power Electronics", Handbook, Academic Press, 2001.
- [18] Mohan Undeland Robbins, "Power Electronics Converters, Applications and Design", John Wiley & Sons, Second Edition, 1995.
- [19] T.J.E. Miller, "Reactive Power Control in Electric Systems", John Wiley & Sons, 1982.
- [20] Prabha Kundur, "Power System Stability and Control", Power System Engineering Series, Epri, McGraw Hill, 1994.
- [21] IEEE Standard 519-1992 "Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power systems" IEEE Industry Applications Society / Power Engineering Society.

- 
- [22] Norberto García, Aurelio Medina, “Swift Time Domain Solution of Electric Systems Including SVSs”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No.3 July 2003, pp. 921-927.
- [23] Narain G. Hingorani, Laslo Gyugyi “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems”, IEEE Power Engineering Society, 2000.
- [24] Yong Hua Song, Allan T. Johns, “Flexible ac Transmission Systems (FACTS)”, IEE Power and Energy series 30, 1999.
- [25] S. Etminan, “Simulation of High-Speed Static Reactive Compensation for Suppression of Power System Disturbances”, Thesis Doctoral, the British Library in Association with UMI, 1990.
- [26] N. H. Woodley, L. Morgan, A. Sundaram, “Experience With An Inverter-Based Dynamic Voltage Restorer”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.14, No.3, July 1999, pp. 1181-1186.
- [27] S.S.Choi, B.H.Li, D.M Vilathgamuwa, “Design and Analysis of the Inverter-Side Filter Used in the Dynamic Voltage Restorer”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.17, No.3, July 2002, pp. 857-864.
- [28] Mahinda Vilathgamuwa, A. A. D. Ranjith Perera y S. S. Choi, “Performance Improvement of the Dynamic Voltage Restorer With Closed-Loop Load Voltage and Current-Mode Control”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.17, No.5, September 2002.
- [29] Arindam Ghosh y Gerard Ledwich, “Structures and Control of a Dynamic Voltage Regulator (DVR)”, IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Vol. 3, 2001, pp. 1027-1032.
- [30] Thomas Jauch, Alexander Kara, Mohamed Rahmani, Dr. Dirk Westerman, “Calidad de la Energía: Aseguramiento Gracias a la Corrección Dinámica del Voltaje, Revista ABB 4/1998.
- [31] Muhammad H. Rashid, “Electrónica de Potencia Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones”, Pearson Educación, Segunda Edición, 1995.

- 
- [32] E. Acha, A. Semlyen, N. Rajakovic, "A Harmonic Domain Computational Package for Nonlinear Problems and its Application to Electric Arcs", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 3, July 1990, pp. 1390-1397.
- [33] Katsuhiko Ogata, "Ingeniería de Control Moderna", Prentice Hall, 1993.
- [34] Raymond A. DeCarlo, "A State Variable Approach with Numerical Implementation", Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [35] William H. Hayt, Jr and Jack E. Kemmerly, "Análisis de Circuitos en Ingeniería", Mc. Graw Hill, Quinta Edición, 1993.
- [36] Chi-Tsong Chen, "Linear System Theory and Design", HRW, Series in Electrical and Computer Engineering, 1984.
- [37] S. P. Chan, "Introductory Topological Analysis of Electrical Networks", New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.
- [38] W. Mayeda, "Graph Theory" (New York: Wiley, 1972).
- [39] Mahinda Vilathgamuwa, A. A. D.Ranjith Perera, S. S. Choi, "Performance Improvement of the Dynamic Voltage Restorer With Closed-Loop Load Voltage and Current-Mode Control", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 7, No. 5, September 2002, pp. 824-834.

# APÉNDICE A

## SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARA CASOS DE PRUEBA

A continuación se presentan los sistemas de ecuaciones diferenciales y los árboles de las redes eléctricas de prueba presentadas en el capítulo 4. Asimismo, se proporciona la información de los parámetros iguales y desiguales utilizados en cada caso.

### A.1 Sistema de ecuaciones diferenciales de Red eléctrica de prueba 1

$$\begin{aligned}
 \dot{i}_{L1} &= \frac{1}{L1}(-R1i_{L1} - v_{C1} + v_s) \\
 \dot{i}_{L2} &= \frac{1}{L2}(-R2i_{L2} - v_{C2} + v_s) \\
 \dot{i}_{L3} &= \frac{1}{L3}(-R3i_{L3} + v_{C1} - v_{C2}) \\
 \dot{i}_{H1} &= \frac{1}{LH1}(-K3r_{H1}^{-(m+2)}i_{H1} + v_{C1}) \\
 \dot{i}_{H2} &= \frac{1}{LH2}(-K3r_{H2}^{-(m+2)}i_{H2} + v_{C2}) \\
 r_{H1} &= \frac{K3}{K2}r_{H1}^{-(m+3)}i_{H1}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H1}^{n-1} \\
 r_{H2} &= \frac{K3}{K2}r_{H2}^{-(m+3)}i_{H2}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H2}^{n-1} \\
 \dot{v}_{C1} &= \frac{1}{C1}(i_{L1} - i_{L3} - i_{H1}) \\
 \dot{v}_{C2} &= \frac{1}{C2}(i_{L2} + i_{L3} - i_{H2})
 \end{aligned}$$

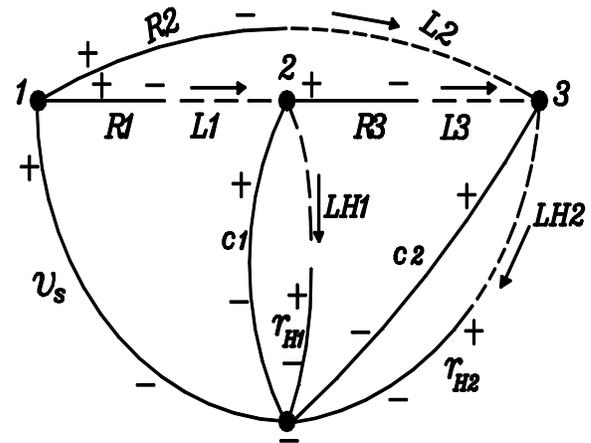


Figura A.1 Árbol de la red eléctrica de prueba 1

Tabla A.1 Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 1 en p.u.

R1=0.1	L1=0.7	C1=0.5	n=2.0
R2=0.1	L2=0.7	C2=0.5	m=0.0
R3=0.1	L3=0.7	K1=0.004	
	LH1=0.3	K2=0.0005	
	LH2=0.3	K3=0.005	

Tabla A.2 Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 1 en p.u.

R1=0.1	L1=0.73	C1=0.43	n=2.0
R2=0.08	L2=0.8	C2=0.55	m=0.0
R3=0.07	L3=0.75	K1=0.004	
	LH1=0.3	K2=0.0005	
	LH2=0.3	K3=0.005	

**A.2 Sistema de ecuaciones diferenciales de la Red eléctrica de prueba 2**

$$\begin{aligned} \dot{i}_{L1} &= \frac{1}{L1}(-R1i_{L1} - s(t)v_{C1} + v_s) \\ \dot{i}_{L2} &= \frac{1}{L2}(-R2i_{L2} - v_{C2} + v_s) \\ \dot{i}_{L3} &= \frac{1}{L3}(-R3i_{L3} + s(t)v_{C1} - v_{C2}) \\ \dot{i}_{H1} &= \frac{1}{LH1}(-K3r^{-(m+2)}i_{H1} + s(t)v_{C1}) \\ \dot{i}_{H2} &= \frac{1}{LH2}(-K3r^{-(m+2)}i_{H2} + v_{C2}) \\ \dot{r}_{H1} &= \frac{K3}{K2}r^{-(m+3)}i_{H1}^2 - \frac{K1}{K2}r^{n-1} \\ \dot{r}_{H2} &= \frac{K3}{K2}r^{-(m+3)}i_{H2}^2 - \frac{K1}{K2}r^{n-1} \\ \dot{v}_{C1} &= \frac{s(t)}{C1}(i_{L1} - i_{L3} - i_{H1}) \\ \dot{v}_{C2} &= \frac{1}{C2}(i_{L2} + i_{L3} - i_{H2}) \end{aligned}$$

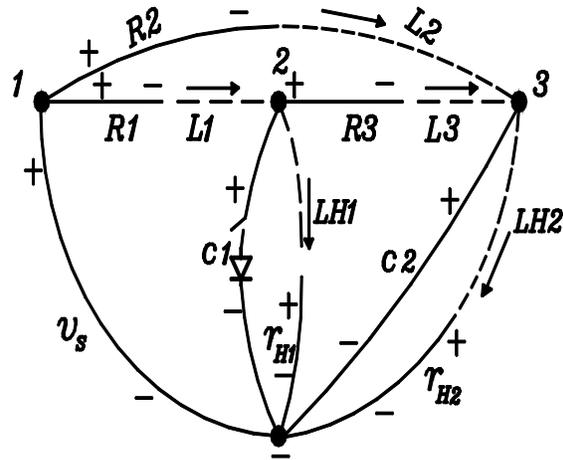


Figura A.2 Árbol de la red eléctrica de prueba 2

**Tabla A.3** Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 2 en p.u.

R1=0.1	L1=0.7	C1=0.5	n=2.0
R2=0.1	L2=0.7	C2=0.5	m=0.0
R3=0.1	L3=0.7	K1=0.004	
	LH1=0.3	K2=0.0005	
	LH2=0.3	K3=0.005	

**Tabla A.4** Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 2 en p.u.

R1=0.1	L1=0.73	C1=0.43	n=2.0
R2=0.08	L2=0.8	C2=0.55	m=0.0
R3=0.07	L3=0.75	K1=0.004	
	LH1=0.3	K2=0.0005	
	LH2=0.3	K3=0.005	

### A.3 Sistema de ecuaciones diferenciales de la Red eléctrica de prueba 3

$$\dot{i}_{L1} = \frac{1}{L1+LH} \left[ (-R1 - K3r^{-(m+2)})i_{L1} + v_s + (v_f - L_T i_s) \right]$$

$$\dot{v}_f = \frac{1}{C_f} (i_0 + i_s)$$

$$\dot{i}_0 = \frac{1}{L_f} (-v_f - R_f i_0 + v_{dc} U)$$

$$\dot{r}_H = \frac{K3}{K2} r_H^{-(m+3)} i_{L1}^2 - \frac{K1}{K2} r_H^{n-1}$$

**Tabla A.5** Parámetros utilizados en la red eléctrica de prueba 3 en p.u.

R1=0.1	L1=0.3	CF=0.5	n=2.0
RF=0.1	LF=0.7	Vdc=0.5	m=0.0
	LH=0.1	K1=0.004	
	LT=0.001	K2=0.0005	
		K3=0.005	

#### A.4 Sistema de ecuaciones diferenciales de la Red eléctrica de prueba 4

$$\dot{i}_{L1} = \frac{1}{L1}(-R1i_{L1} - v_{C1} + v_{S1})$$

$$\dot{i}_{L2} = \frac{1}{L2}(-R2i_{L2} + v_{C1} - v_{C2})$$

$$\dot{i}_{L3} = \frac{1}{L3}(-R3i_{L3} - v_{C2} + s1(t)v_{C3})$$

$$\dot{i}_{L4} = \frac{1}{L4}(-R4i_{L4} - s1(t)v_{C3} + v_{S2})$$

$$\dot{i}_{L5} = \frac{1}{L5}(-R5i_{L5} - v_{C4} + v_{S2})$$

$$\dot{i}_{L6} = \frac{1}{L6}(-R6i_{L6} + v_{C4} - v_{C5})$$

$$\dot{i}_{L7} = \frac{1}{L7}(-R7i_{L7} - v_{C5} + v_{S1})$$

$$\dot{i}_{L8} = \frac{1}{L8}s2(t)v_{C2}$$

$$\dot{i}_{H1} = \frac{1}{LH1}(-K3r_{H1}^{-(m+2)}i_{H1} + v_{C1})$$

$$\dot{i}_{H2} = \frac{1}{LH2}(-K3r_{H2}^{-(m+2)}i_{H2} + s1(t)v_{C3})$$

$$\dot{i}_{H3} = \frac{1}{LH3}(-K3r_{H3}^{-(m+2)}i_{H3} + v_{C4})$$

$$\dot{i}_{H4} = \frac{1}{LH4}(-K3r_{H4}^{-(m+2)}i_{H4} + v_{C5})$$

$$\dot{r}_{H1} = \frac{K3}{K2}r_{H1}^{-(m+3)}i_{H1}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H1}^{n-1}$$

$$\dot{r}_{H2} = \frac{K3}{K2}r_{H2}^{-(m+3)}i_{H2}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H2}^{n-1}$$

$$\dot{r}_{H3} = \frac{K3}{K2}r_{H3}^{-(m+3)}i_{H3}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H3}^{n-1}$$

$$\dot{r}_{H4} = \frac{K3}{K2}r_{H4}^{-(m+3)}i_{H4}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H4}^{n-1}$$

$$\dot{v}_{C1} = \frac{1}{C1}(i_{L1} - i_{L2} - i_{H1})$$

$$\dot{v}_{C2} = \frac{1}{C2}(i_{L2} + i_{L3} - s2(t)i_{L8})$$

$$\dot{v}_{C3} = \frac{1}{C3}s1(t)(-i_{L3} + i_{L4} - i_{H2})$$

$$\dot{v}_{C4} = \frac{1}{C4}(i_{L5} - i_{L6} - i_{H3})$$

$$\dot{v}_{C5} = \frac{1}{C5}(i_{L6} + i_{L7} - i_{H4})$$

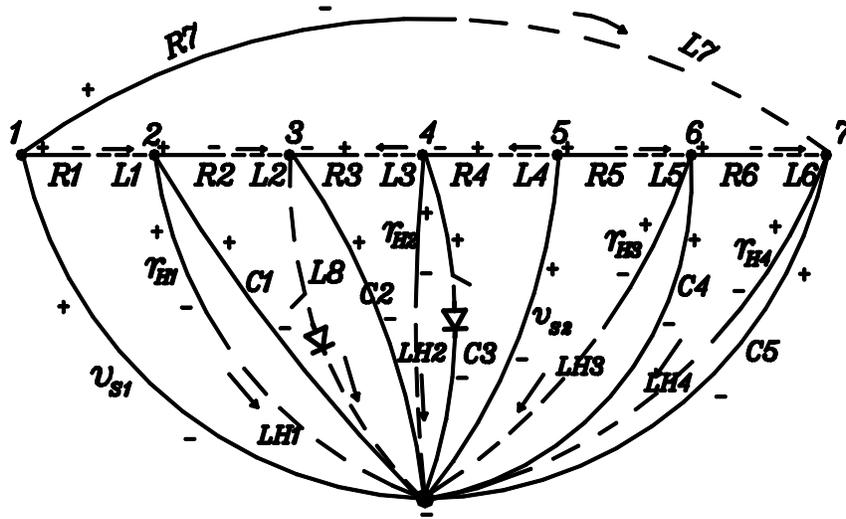


Figura A.3 Árbol de la red eléctrica de prueba 4

Tabla A.6 Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 4 en p.u.

R1=0.1	L1=0.7	LH1=0.2	K1=0.004
R2=0.1	L2=0.7	LH2=0.2	K2=0.0005
R3=0.1	L3=0.7	LH3=0.2	K3=0.005
R4=0.1	L4=0.7	LH4=0.2	
R5=0.01	L5=0.7	C1=0.5	n=2.0
R6=0.01	L6=0.7	C2=0.5	m=0.0
R7=0.01	L7=0.7	C3=0.5	
	L8=0.7	C4=0.5	
		C5=0.5	

Tabla A.7 Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 4 en p.u.

R1=0.10	L1=0.71	LH1=0.23	K1=0.004
R2=0.07	L2=0.67	LH2=0.31	K2=0.0005
R3=0.10	L3=0.73	LH3=0.18	K3=0.005
R4=0.12	L4=0.66	LH4=0.20	
R5=0.004	L5=0.62	C1=0.53	n=2.0
R6=0.005	L6=0.71	C2=0.47	m=0.0
R7=0.01	L7=0.65	C3=0.51	
	L8=0.70	C4=0.44	
		C5=0.50	

### A.5 Sistema de ecuaciones diferenciales de la Red eléctrica de prueba 5

$$\dot{i}_{L1} = \frac{1}{L1}(-R1i_{L1} + v_{C1} - s(t).v_{C3})$$

$$\dot{i}_{L2} = \frac{1}{L2}(-R2i_{L2} - v_{C1} + v_{S1})$$

$$\dot{i}_{L3} = \frac{1}{(L3 + LH2)}(-R3i_{L3} - v_f + L_T i_s - K3r_{H2}^{-(m+2)}i_{L3} + v_{S1})$$

$$\dot{V}_f = \frac{1}{C_f}(i_0 - i_s)$$

$$\dot{i}_0 = -\frac{1}{L_f}v_f - \frac{R_f}{L_f}i_0 + \frac{v_{dc}}{L_f}U$$

$$\dot{i}_{L4} = \frac{1}{L4}(-R4i_{L4} - v_{C2} + v_{S1})$$

$$\dot{i}_{L5} = \frac{1}{L5}(-R5i_{L5} - v_{C2} + v_{S2})$$

$$\dot{i}_{L6} = \frac{1}{L6}(-R6i_{L6} - s(t)v_{C3} + v_{S2})$$

$$\dot{i}_{H1} = \frac{1}{LH1}(-K3r_{H1}^{-(m+2)}i_{H1} + v_{C1})$$

$$\dot{i}_{H3} = \frac{1}{LH3}(-K3r_{H3}^{-(m+2)}i_{H3} + v_{C2})$$

$$\dot{i}_{H4} = \frac{1}{LH4}(-K3r_{H4}^{-(m+2)}i_{H4} + s(t).v_{C3})$$

$$\dot{r}_{H1} = \frac{K3}{K2}r_{H1}^{-(m+3)}i_{H1}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H1}^{n-1}$$

$$\dot{r}_{H2} = \frac{K3}{K2}r_{H2}^{-(m+3)}i_{H2}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H2}^{n-1}$$

$$\dot{r}_{H3} = \frac{K3}{K2}r_{H3}^{-(m+3)}i_{H3}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H3}^{n-1}$$

$$\dot{r}_{H4} = \frac{K3}{K2}r_{H4}^{-(m+3)}i_{H4}^2 - \frac{K1}{K2}r_{H4}^{n-1}$$

$$\dot{v}_{C1} = \frac{1}{C1}(-i_{L1} + i_{L2} - i_{H1})$$

$$\dot{v}_{C2} = \frac{1}{C2}(i_{L4} + i_{L5} - i_{H3})$$

$$\dot{v}_{C3} = \frac{1}{C3} s(t)(i_{L1} + i_{L6} - i_{H4})$$

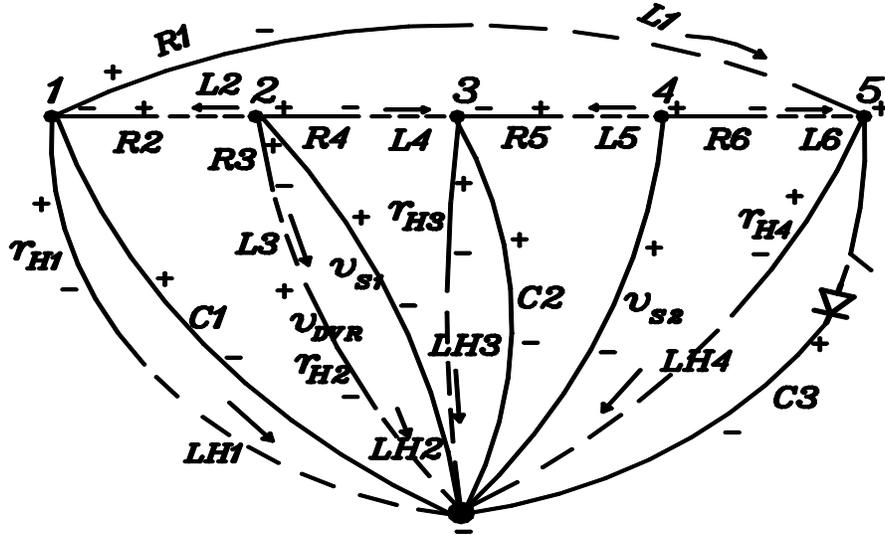


Figura A.4 Árbol de la red eléctrica de prueba 5

Tabla A.8 Parámetros iguales utilizados en la red eléctrica de prueba 5 en p.u.

R1=0.1	L1=0.7	LH1=0.3	K1=0.004
R2=0.1	L2=0.7	LH2=0.3	K2=0.0005
R3=0.1	L3=0.7	LH3=0.3	K3=0.005
R4=0.01	L4=0.7	LH4=0.3	
R5=0.01	L5=0.7	C1=0.5	n=2.0
R6=0.01	L6=0.7	C2=0.5	m=0.0
RF=0.1	LF=0.7	C3=0.5	
	LT=0.001	Cf=0.5	

Tabla A.9 Parámetros desiguales utilizados en la red eléctrica de prueba 5 en p.u.

R1=0.08	L1=0.54	LH1=0.2	K1=0.004
R2=0.05	L2=0.62	LH2=0.35	K2=0.0005
R3=0.17	L3=0.49	LH3=0.27	K3=0.005
R4=0.11	L4=0.67	LH4=0.40	
R5=0.21	L5=0.72	C1=0.5	n=2.0
R6=0.001	L6=0.56	C2=0.35	m=0.0
RF=0.1	LF=0.7	C3=0.25	
	LT=0.001	Cf=0.5	

## APÉNDICE B

### DESCRIPCIÓN Y APLICACIÓN DEL PROGRAMA DIGITAL

A continuación se da una explicación del programa convencional de Fuerza Bruta (FB) y de los programas que aplican las técnicas Newton de aceleración de la convergencia de las variables de estado al *ciclo límite*. Estos programas son conocidos como Diferenciación Numérica (DN) y Aproximación Directa (AD).

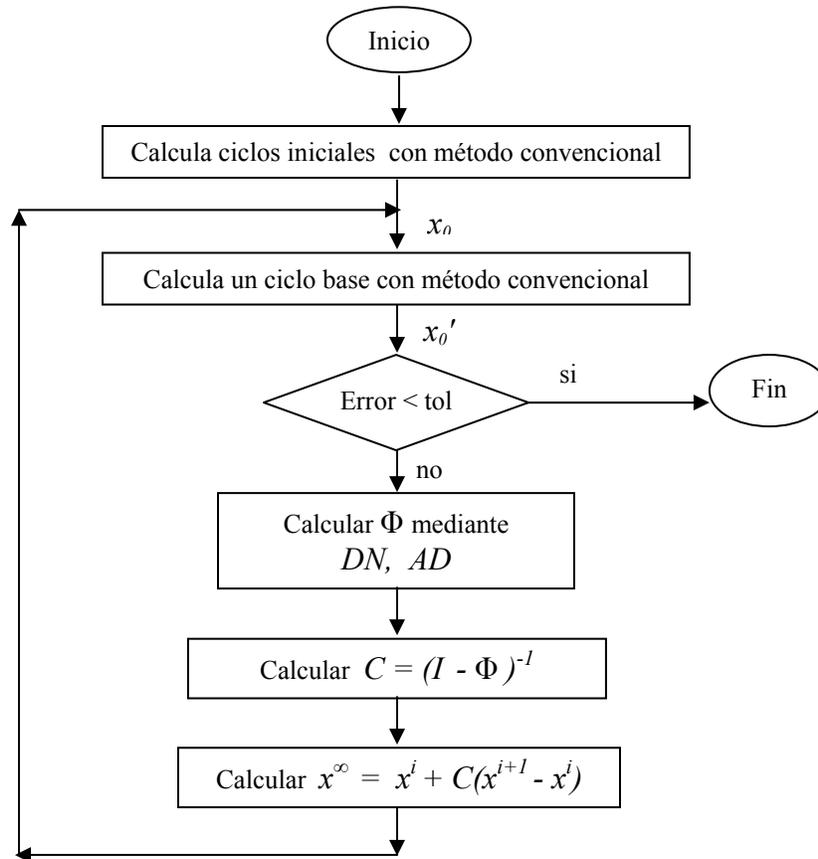
Se indica como usar los programas para poder resolver diferentes ecuaciones de estado o sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Los programas son desarrollados en Fortran 90, y para poder observar los resultados de manera gráfica, es necesario instalar en la computadora el programa Visualizer de Fortran 90.

Los programas que se presentan en este apéndice del método convencional FB y de las técnicas Newton DN y AD, están preparados de tal manera que puedan ser capturados tal y como se presentan, se compilen y se corran, de tal manera que al correrlos, se obtengan los valores presentados en este trabajo de tesis.

El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que se encuentra dentro de los programas FB, DN y AD, corresponden a la red eléctrica de prueba 2, debido a que se detalló la obtención de su ecuación de estado en el capítulo 4, ingresando la conmutación del capacitor conmutado por tiristores (*TSC*) con propósitos de visualizar de manera clara y precisa el momento de la aplicación de las técnicas Newton DN y AD para obtener de manera eficiente el *ciclo límite* y por lo tanto el estado estacionario periódico de operación.

#### B.1 Funciones de los programas FB, DN y AD

El fin de los métodos convencionales de Fuerza Bruta y de las técnicas Newton es obtener el *ciclo límite* y por lo tanto el estado estacionario periódico de operación de sistemas eléctricos. La diferencia entre estos, radica en la eficiencia para obtener el *ciclo límite*. En el capítulo 2, se presentó mediante la Figura 2.3, el proceso de solución general para obtener el *ciclo límite* aplicando técnicas Newton. A continuación se presenta nuevamente esta Figura con el fin de explicar los procedimientos que se han introducido en los programas de Diferenciación Numérica (DN) y Aproximación Directa (AD), los cuales se listarán más adelante.



**Figura B.1** Proceso de solución para obtener el estado estacionario periódico aplicando Técnicas DN ó AD

1.- Como se puede observar en la Figura B.1, el primer paso que se debe realizar para obtener el *ciclo límite* ( $x^\infty$ ), es aplicar alguna de las técnicas convencionales algunos ciclos iniciales, en esta tesis se aplicaron 7 ciclos iniciales por el método de Runge-Kutta de cuarto orden también llamado Fuerza Bruta (FB) a todas las redes eléctricas de prueba.

2.- Para iniciar la aplicación del método de Runge-Kutta, se requiere de condiciones iniciales, las cuales se ingresan mediante la *subrutina inicializa*, observe esta rutina dentro de los programas DN y AD, en donde algunas variables se inician con valores de 0 y algunos otros con valores de 0.1, estos últimos se introducen para los radios de los hornos de arco eléctrico.

3.- Una vez que se aplica la *subrutina inicializa*, se aplican 7 ciclos del procedimiento de *FB* mediante la subrutina *runge(t\_0,t,yini,hh,Inter.,estudio)*, esta subrutina, aplica el método convencional de Runge Kutta de cuarto orden. Así mismo, la subrutina *runge* internamente cuenta con la subrutina *Subrutina cir\_008()*.

4.- La *Subrutina cir\_008()*, contiene el sistema de ecuaciones diferenciales de las redes eléctricas, de donde se obtienen 512 puntos para cada una de las variables de estado en cada ciclo.

5.- Posteriormente, se calcula un ciclo adicional por el mismo método *FB*, con el fin de obtener un ciclo base, es decir el ciclo 8 calculado por Runge-Kutta de cuarto orden, es el ciclo base, necesario para poder aplicar las técnicas Newton.

6.- Posteriormente, se compara la tolerancia especificada ( $10^{-10}$ ) dentro de los programas con el error calculado en el ciclo 8, mediante la función llamada *function calcula\_error()*, aquí se calcula el error de todas las variables de estado y se almacena el error mayor para compararlo con la tolerancia especificada.

7.- Si el error almacenado es menor que la tolerancia especificada, se termina el programa y se imprimen de manera gráfica los comportamientos en el dominio del tiempo de las variables de estado deseadas considerando que cada ciclo contiene 512 puntos, esta graficación se realiza mediante el procedimiento *subroutine graficar(HH2,ciclos)*.

8.- Si no se ha cumplido con la tolerancia especificada, se calcula la matriz de identificación o de transición de estados  $\Phi$ , mediante alguna de las técnicas Newton DN ó AD, esto se realiza mediante el procedimiento llamado *proceso\_paralelo()*, en este procedimiento se perturban todas las variables de estado por columnas y se corre el método de FB para cada variable perturbada de acuerdo a como se indicó para cada técnica Newton en las Figuras 2.4 y 2.5 de esta tesis.

9.- Una vez realizada la perturbación para todas las variables de estado, se ha obtenido la matriz de identificación  $\Phi$ , posteriormente, se resta la matriz identidad de la matriz de identificación ( $I - \Phi$ ), esto se puede observar en el procedimiento *subroutine resta()*, se continúa con el calculo de la matriz *inversa* mediante el procedimiento *subroutine inv()* para obtener la matriz *C* y finalmente se calcula *ciclo límite*, mediante el procedimiento *subroutine calcula\_yinf()*.

10.- Una vez calculado el *ciclo límite*, se cambian los últimos valores obtenidos para considerarlos como los valores iniciales de las variables de estado en un nuevo ciclo mediante el procedimiento *subroutine intercambia()*, y se vuelven a aplicar los pasos 5 en adelante hasta llegar a la tolerancia especificada.

Todos los procedimiento mencionados se integran en los programas de Diferenciación Numérica y Aproximación Directa que muestran a continuación.

## **B.2 Consideraciones para correr diferentes sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias en los programas FB, DN y AD**

Si se desea resolver alguna otra ecuación de estado por el método FB o por las técnicas Newton DN y AD, tendrán que seguirse las indicaciones siguientes:

1.- Declarar las nuevas variables de los elementos, tales como nuevas resistencias, inductancias o capacitancias, etc., y definir sus valores. Esto se debe realizar dentro del programa en la parte de declaración de variables.

2.- Se deben generar los tiempos para los dispositivos de conmutación y estos deben colocarse en una función. Por ejemplo, en el caso del *TCR* la función de conmutación es:

```

!-----
contains
double precision function fs(tiempo,angulo,corriente,voltaje)
double precision :: tiempo, angulo, corriente, voltaje
double precision :: ta,ta2,ciclo2, res, c, s,ton1
s=0.0
ta=angulo/(60.0*360.0)
ta2=(angulo/(60.0*360.0))+(180.0/(60.0*360.0))
ciclo2=tiempo*60.0
res=0.0
c=0.0
if (angulo==90)then
    s=1.0
endif
if ((angulo>90.0).and.(angulo<=180.0))then
    do while(res>=0.0)
        res=ciclo2-c
        c=c+1.0
    end do
    c=c-2.0

    if (tiempo>=(ta+(c*(1.0/60.0))))then
        ta2=ta2+(c*(1.0/60.0))
    endif
    ta=ta+(c*(1.0/60.0))
ton1=((retar*inter)/(2*pi))
    if (tiempo<ton1.and.corriente<0) then
        s=1.0
    endif
    if (tiempo>=ta)then
        if(voltaje>=0.0)then
            s=1.0
        endif
    endif
    if(tiempo>=ta)then
        if(corriente>=0.0)then
            s=1.0
        endif
    endif
    if(tiempo>=ta2)then
        if(voltaje<=0.0)then
            s=1.0
        endif
    endif
    if(tiempo>=ta2)then
        if(corriente<=0.0)then
            s=1.0
        endif
    endif
endif
fs=s
end function fs
!-----
    
```

Esta función de conmutación puede cambiar dependiendo de las características que se tomen en cuenta para llevar a cabo la conmutación. Por ejemplo, para el caso del *DVR* se toma en cuenta únicamente como referencia una señal de voltaje y una señal de

excitación y no considera un ángulo del voltaje de referencia y la corriente como en el caso anterior del *TCR*.

3- En la subroutine *cir\_008(t,y,yk,tipo,caso)*, tendrán que introducirse las llamadas a las funciones de conmutación mencionadas en el punto 2. Por ejemplo, antes del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, se debe colocar  $s = fs(t,disparo,y(var\_est),vs)$ , para que este regrese un valor de 0 ó 1.

4.- Si se desea correr el método de Fuerza Bruta, lo único que tiene que realizar es cambiar el valor de “*ciclo\_cap=4*” por algún valor mayor por ejemplo “*ciclo\_cap=400*” en cualquiera de los programas de DN ó AD, esto debido a que los dos programas ejecutan el método de FB para obtener el ciclo base.

5.- Si usted desea ejecutar los programas de DN y AD, lo único que tendrá que realizar a los programas siguientes es compilarlos e indicar la ejecución del programa.

### B.3 Listado del programa de Diferenciación Numérica

```
!PROGRAMA EN FORTRAN 90 QUE RESUELVE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES
!POR EL METODO DE DIFEENCIACION NUMERICA
!ELABORADO POR : EDGAR OMAR HERNANDEZ MARTINEZ
```

```
program Diferenciacion_Numerica
!declaración de comandos para graficación
use avviewer
use avdef
use dflib
!Declaración de variables del programa
IMPLICIT NONE
integer, parameter::var_est=9,hh2=512
double precision, dimension(:),pointer::k1,k2,k3,k4,ysol, yini, ysol2, camsol,a
double precision, dimension(var_est,hh2) :: y
double precision, dimension(hh2+2) :: tiempo
double precision, dimension(var_est) ::yb,e,yinf
double precision, dimension(var_est,var_est) :: b
double precision::epsilon,t_0,inter,tol,e_max,t,t_2,max_error,error_total
double precision::w,vs,vs1,pot,s2
double precision::r1,r2,r3,l1,l2,l3,lh1,lh2,c1,c2,km1,km2,km3,m,n1,n,pot2
double precision::retar,disparo,pi,xn,volthorno
integer::k,c,i,no_acel,hh,ciclos,estudio,acel,ciclo_cap

pi=4.0*atan(1.0)
!declaración de los valores de los parámetros balanceados
r1=0.1
r2=0.1
r3=0.1
l1=0.7
l2=0.7
l3=0.7
lh1=0.3
lh2=0.3
c1=0.5
c2=0.5

km1=0.004
km2=0.0005
km3=0.005

m=0.0
pot=-(m+2)
```

```

pot2=-(m+3)
n1=5
n=2

epsilon=1e-6
t_0=0
inter=1.0/60.0
hh=hh2
tol=1e-10
e_max=1
t=0
t_2=0
estudio=1
max_error=1
error_total=0
acel=0
no_acel=100
ciclo_cap=8
t=inter
ciclos=0
disparo=150
!calculo en el tiempo de disparo del TSC
retar=((disparo/180)*pi)*inter/(2*pi)
!creacion de archivos para almacenamiento de datos
open (unit=1, file='y1.dat', status='unknown',action='write')
open (unit=2, file='xn.dat', status='unknown',action='write')
open (unit=3, file='vs.dat', status='unknown',action='write')
!Variables dinámicas
allocate(k1(var_est+1))
allocate(k2(var_est+1))
allocate(k3(var_est+1))
allocate(k4(var_est+1))
allocate(ysol(var_est+1))
allocate(yini(var_est+1))
allocate(ysol2(var_est+1))
allocate(a(var_est+1))
allocate(camsol(var_est))
write(*,*) " "
write(*,*) "METODO DE DIFERENCIACION NUMERICA"
write(*,*) " "
!Inicio del programa principal
call inicializa(yini)
do while(e_max>tol)
!llamada al procedimiento de Runge Kutta de Cuarto Orden
!utilizado tambien para calcular el ciclo base
    call runge(t_0,t,yini,hh,inter,estudio)
!se obtienen los valores de la solucion y se almacenan en ysol
    do c=1, var_est
        ysol(c)=camsol(c)
    end do
!se calcula el numero de ciclos ejecutados
    ciclos=ciclos+1
!se calcula el error maximo de las variables de estado
    e_max=calcula_error(yini,ysol)
!se evalua el error contra la tolerancia especificada
    if (e_max<tol)then
        error_total=1.0
    endif
! se imprime en pantalla el numero de ciclo y el error maximo
    write(*,150)ciclos,e_max
150 format(i,f)
!Se inicia el procedimiento de aceleracion de las variables de estado
    if ((ciclos >= ciclo_cap).and.(error_total==0))then
        if (acel < no_acel)then
            acel=acel+1
            ciclos=ciclos-1
        endif
!Se inicia el calculo de la matriz fi
        call proceso_paralelo()
        ciclos=ciclos+1
!Se resta la matriz identidad menos la matriz fi

```

```

        call resta()
!se calcula la inversa de la matriz identidad menos la matriz fi
        call inv()
        write(*,*)"acelerando"
    endif
!se inicia el caluclco del ciclo límite
    call calcula_yinf(ysol,yini)
    do k=1,var_est
        ysol(k)=yinf(k)
    end do
    endif
    call intercambia(yini,ysol)
    t_0=t
    t=t_0 + inter
enddo
deallocate(a)
deallocate(k1)
deallocate(k2)
deallocate(k3)
deallocate(k4)
deallocate(ysol)
deallocate(yini)
deallocate(ysol2)

write(*,*)"se llegó a la convergencia en ",ciclos," ciclos"
write(*,*)"el error es de ",e_max," y el tiempo final es ",t
close(1)
close(2)
close(3)
!se llama a la rutina de graficación
call graficar(hh2,ciclos)
!-----
!aqui se evalua el sistema de ecuaciones diferenciales
contains
subroutine cir_008(t,y,a,estudio)
implicit none
double precision ::t
double precision, dimension(:)::y
double precision, dimension(:),pointer::a
integer estudio
w = 2.0*4.0*atan(1.0)*60.0
vs = sin(w*t)
if (estudio==1)then
!condiciones de disparo del TSC
        if (xn<=retar)then
            s2=0
        endif
        if (xn>=retar)then
            s2=1
        endif
        a(1)= w*(-((r1/l1)*y(1))-((s2/l1)*y(8))+((1/l1)*vs))
        a(2)= w*(-((r2/l2)*y(2))-((1/l2)*y(9))+((1/l2)*vs))
        a(3)= w*(-((r3/l3)*y(3))+((1/l3)*(s2*y(8)))-((1/l3)*y(9)))
        a(4)= w*(-((km3/lh1)*(y(6)**pot)*y(4))+((1/lh1)*(s2*y(8))))
        a(5)= w*(-((km3/lh2)*(y(7)**pot)*y(5))+((1/lh2)*y(9)))
        a(6)= w*(((km3/km2)*(y(6)**pot2)*(y(4)**2))-((km1/km2)*(y(6)**(n-1))))
        a(7)= w*(((km3/km2)*(y(7)**pot2)*(y(5)**2))-((km1/km2)*(y(7)**(n-1))))
        a(8)= w*(((s2/c1)*y(1))-((s2/c1)*y(3))-((s2/c1)*y(4)))
        a(9)= w*(((1/c2)*y(2))+((1/c2)*y(3))-((1/c2)*y(5)))
    endif
end subroutine
!-----
double precision function absoluto(num)
implicit none
double precision :: num,num2
if (num > 0.0)then
    absoluto=num
else
    num2=(-1)*num
    absoluto=num2
endif

```

```

        end if
    end function
!-----
!Procedimiento de Runge-Kutta de cuarto orden
subroutine runge(x0,xf,y0,hh,inter,estudio)
implicit none
double precision :: x0,xf,inter,h
double precision,dimension(:) ::y0
integer ::hh, estudio,ierr,io,i
double precision, dimension(var_est)::yn,aux
xn=x0
tiempo(1)=x0
do i=1,var_est
        yn(i)=y0(i)
        y(i,1)=y0(i)
enddo

h=inter/hh
xn=xn+h

do io=1, hh
        if ((xn+h)>xf)then
                h=xf-xn
        endif
        if(io==hh)then
                h=inter/hh
        endif
        call cir_008(xn,yn,k1,estudio)
        do i=1,var_est
                aux(i)=yn(i)+h*k1(i)/2.0
        enddo
        call cir_008(xn+h/2,aux,k2,estudio)
        do i=1,var_est
                aux(i)=yn(i)+h*k2(i)/2.0
        end do
        call cir_008(xn+h/2,aux,k3,estudio)
        do i=1, var_est
                aux(i)=yn(i)+h*k3(i)
        enddo
        call cir_008(xn+h,aux,k4,estudio)
        do i=1,var_est
                yn(i)=yn(i)+h*(k1(i)+2.0*k2(i)+2.0*k3(i)+k4(i))/6.0
        end do
!Se graban los 512 puntos de la variable de estado 1
        if (ciclos<7) then
                write(1,234)yn(8)
        endif
        if (ciclos>8 .and. ciclos<11) then
                write(1,234)yn(8)
        endif
!Se calcula el voltaje del horno en caso de necesitarse
                volthorno=km3*(yn(7)**(-(m+2)))*yn(5)
!Se graba el tiempo y tension de la fuente de generacion
                write(2,234)xn
                w = 2.0*4.0*atan(1.0)*60.0
                vs1=sin (w*xn)
                write(10,*)vs1
                234 format(f)
!Se incrementa el paso de integración
                xn=xn+h
                tiempo(io)=xn
                do i=1,var_est
                        y(i,io)=yn(i)
                end do
end do

do i=1, var_est
        camsol(i)=0.0
end do
do i=1, var_est
        camsol(i)=yn(i)

```

```

        end do
    end subroutine
!-----
double precision function calcula_error(yini,ysol)
double precision, dimension(:), pointer:: yini, ysol
double precision ::error,dif
integer ::i
error = -1.0
dif = 0.0
do i=1,var_est
    dif=absoluto(ysol(i)-yini(i))
    if (dif>error)then
        error=dif
    endif
end do
    calcula_error=error
end function calcula_error
!-----
subroutine intercambia(yini,ysol)
double precision, dimension(:):: yini, ysol
integer i
    do i=1,var_est
        yini(i)=ysol(i)
    enddo
end subroutine
!-----
subroutine resta()
integer i,j
do i=1,var_est
    do j=1,var_est
        if (i==j)then
            b(i,j)=1.0-b(i,j)
        else
            b(i,j)=-b(i,j)
        endif
    enddo
enddo
end subroutine
!-----
subroutine inv()
implicit none
double precision :: pivote
integer ::i,j,k
do k=1,var_est
    pivote=b(k,k)
    do i=1,var_est
        do j=1, var_est
            if ((j/=k).and.(i/=k))then
                b(i,j)=b(i,j)-b(i,k)*b(k,j)/b(k,k)
            endif
        enddo
    enddo
    do i=1,var_est
        b(i,k)=-b(i,k)/pivote
        b(k,i)=-b(k,i)/pivote
    end do
    b(k,k)=-1.0/pivote
enddo
    do i=1,var_est
        do j=1,var_est
            b(i,j)=-1.0*b(i,j)
        end do
    end do
end subroutine
!-----
subroutine calcula_yinf(ysol,yini)
double precision, dimension(:), pointer::ysol, yini
double precision suma
integer i,j
suma=0

```

```

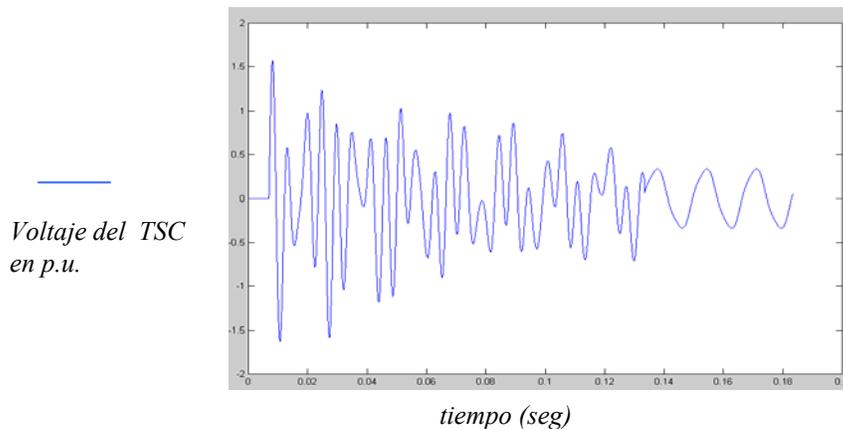
do i=1,var_est
    suma=0
    do j=1,var_est
        suma=suma + b(i,j)*(ysol(j)-yini(j))
    end do
    yinf(i)=yini(i)+ suma
end do
end subroutine
!-----
subroutine inicializa(y)
double precision, dimension(:):: y
integer i
do i=1,var_est
    y(i)=0.0
enddo
y(4)=0.1
y(5)=0.1
y(6)=0.1
y(7)=0.1
end subroutine inicializa
!-----
subroutine proceso_paralelo()
integer ii,k,j
do ii=1,var_est
    do k=1,var_est
        yb(k)=yini(k)
    end do
    yb(ii)=yb(ii)+ epsilon
call runge(t_0,t,yb,hh,inter,estudio)
do j=1,var_est
    ysol2(j)=camsol(j)
end do
do k=1,var_est
    b(k,ii)=(ysol2(k)-ysol(k))/epsilon
end do
end do
end subroutine
!-----
subroutine graficar(hh2,ciclos)
double precision, dimension(:,):, pointer :: D
double precision :: i,j,ultimos, ultim(512),tie,datos2
integer :: hh2,var_est, ciclos, datos, graf
integer :: status,stat,Vector=4
open (unit=1, file='y1.dat', status='unknown',action='read')
open (unit=2, file='xn.dat', status='unknown',action='read')
open (unit=3, file='vs.dat', status='unknown',action='read')
open (unit=10, file='512.dat',status='unknown',action='write')
graf=1
datos=(11*hh2)
allocate (D(graf,datos))
do i=1,datos
    read(1,*)D(1,i)
!    read(3,*)D(2,i)
!    read(3,*)D(1,i)
enddo
ultimos=datos-hh2
do i=1,512
    j=(ultimos-1)+i
    ultim(i)=d(1,j)
    write(10,*)ultim(i)
enddo
call faglStartWatch(D, status)
call faglShow(D, status)
call faglName(D, "Grafica caso1 diferenciacion numerica", status)
call FavStartViewer(status,stat)
call FavSetGraphType(status,Vector,stat)
deallocate(D)
end subroutine
!-----
end program
    
```

Los resultados de realizar la corrida del programa anterior se presenta a continuación:

```

C:\MAESTRIA-2004\enero-2004\PROGRAMAS-FINALES-EN TESIS\DN\casos-estudio\caso2\De...
METODO DE DIFERENCIACION NUMERICA
1      1.4229854725992723
2      0.8155445370939320
3      0.6175106378651309
4      0.5120639916829386
5      0.2868043407006242
6      0.3259441809748127
7      0.2665710246862630
8      0.1795208473041259
acelerando
9      0.0124841852785904
acelerando
10     0.0000043938249883
acelerando
11     0.0000000000015699
se lleg= a la convergencia en      11 ciclos
el error es de 1.569855356819971E-012 y el tiempo final es
0.2000000000000000
    
```

Los resultados gráficos que se presentarán se muestran en la Figura B.1, cabe recalcar que para poder obtener estos resultados gráficos se debe tener instalado en su pc el programa de Visualizar de Fortran.



**Figura B.2** Resultados gráficos del programa de diferenciación numérica

## B.4 Listado del programa de Aproximación Directa

```

program aproximacion_directa
!PROGRAMA EN FORTRAN 90 QUE RESUELVE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES
!POR EL METODO DE APROXIMACIÓN DIRECTA
!ELABORADO POR : EDGAR OMAR HERNANDEZ MARTINEZ

!comandos de graficacion
use avviewer
use dflib
use avdef
!declaracion de variables
IMPLICIT NONE
integer, parameter:: var_est=9
double precision::epsilon,tol,t0,t,error_total,inter
double precision, dimension(var_est)::y_0,y_n,yp,yinf,e
double precision,dimension(var_est,var_est)::fi,ident,c
double precision::tiempo(515),y(var_est,515),ynk((515*4),var_est)
double precision::max_error,w,pot1,pot2,pot3,vs,vs1
double precision:: r1,r2,r3,l1,l2,l3,lh1,lh2,c1,c2,km1,km2,km3,m,n1,n
double precision:: s2,retar,disparo,pi,xn
integer :: caso,i
integer ::ciclo_cap,no_acel,hh,acel,ciclos,j,k,ii
pi=4.0*atan(1.0)
r1=0.1
r2=0.1
r3=0.1
l1=0.7
l2=0.7
l3=0.7
lh1=0.3
lh2=0.3
c1=0.5
c2=0.5
km1=0.004
km2=0.0005
km3=0.005
m=0.0
pot1=- (m+2)
pot2=- (m+3)
pot3=- (m+4)
n1=5
n=2
caso=1
epsilon=1e-6
tol=1e-10
t0=0.0
t=0.0
error_total=0.0
inter=1.0/60.0
ciclo_cap=8
no_acel=10
hh=512
acel=0
t=inter
ciclos=0
!calculo en el tiempo del angulo de disparo del TSC
disparo=150
retar=((disparo/180)*pi)*inter/(2*pi)
open(unit=1, file='y1.dat', status='unknown', action='write')
open(unit=2, file='xn.dat', status='unknown', action='write')
open(unit=3, file='vs.dat', status='unknown', action='write')
do i=1,var_est
    y_0(i)=0.0
enddo
!declaracion de valores iniciales para le horno
    y_0(4)=0.1
    y_0(5)=0.1
    y_0(6)=0.1

```

```

    y_0(7)=0.1
write(*,*) " "
write(*,*) "METODO DE APROXIMACION DIRECTA"
write(*,*) " "
!inicio del programa principal
call inicializa_ynk()
do while(error_total==0.0)
!llamada al metodo de Runge-Kutta de cuarto orden
    call runge(t0,t,y_0,hh,inter,0, caso)
!calcula el numero de ciclos
    ciclos=ciclos+1
    call intercambia()
    error_total=1.0
!calcula el error y evaluacion del maximo error
    max_error=e(1)
    do j=1,var_est
        if(e(j)>=tol)then
            error_total=0.0
        endif
        if(e(j)>=max_error)then
            max_error=e(j)
        endif
    end do

write(*,*) "ciclo=",ciclos,"error=",max_error
!inicio del metodo de aceleracion de las variables de estado
    if ((ciclos>=ciclo_cap).and.(error_total==0.0))then
!creacion de matriz de identidad
        call crea_identidad()
        if (acel<no_acel)then
            acel=acel+1
            ciclos=ciclos-1
!inicia la aceleracion de las variables del estado al ciclo limite
            write(*,100)"estoy acelerando"

            100 format(50x,a)
            do ii=1,var_est
!se crea matriz de identidad
                do k=1, var_est
                    yp(k)=ident(k,ii)
                enddo
!se llama al metodo de runge-kutta ingresando
!los valores de la matriz identidad y evaluando en Jacobiano
                call runge(t0,t,yp,hh,inter,1, caso)
!se calcula la matriz fi
                do k=1, var_est
                    fi(k,ii)=y(k,(hh+1))
                enddo
                enddo
                ciclos=ciclos+1
!se resta la matriz fi de la matriz de identidad
                call resta()
!se lleva a cabo la inversion
                call inv()
            end if
!se calcula el ciclo limite
            call calcula_yinf()
            do k=1,var_est
                y_n(k)=yinf(k)
            enddo
            end if
            do k=1,var_est
                y_0(k)=y_n(k)
            enddo
            t0=t
            t=t0+inter
        end do
write(*,*)"el numero de ciclos fue",ciclos
close(1)
close(2)
close(3)

```







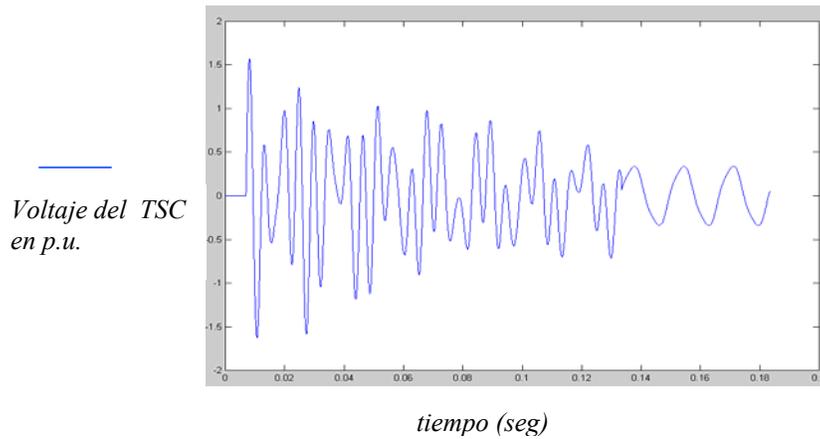


Los resultados de realizar la corrida del programa anterior se presenta a continuación:

```

C:\ "C:\MAESTRIA-2004\enero-2004\PROGRAMAS-FINALES-EN TESIS\AD\casos estudio\caso 2\De...
METODO DE APROXIMACION DIRECTA
ciclo=      1 error=  1.42298547259927
ciclo=      2 error=  0.815544537093932
ciclo=      3 error=  0.617510637865131
ciclo=      4 error=  0.512063991682939
ciclo=      5 error=  0.286804340700624
ciclo=      6 error=  0.325944180974813
ciclo=      7 error=  0.266571024686263
ciclo=      8 error=  0.179520847304126
ciclo=      9 error=  1.248416092122451E-002      estoy acelerando
ciclo=     10 error=  4.394227482995561E-006      estoy acelerando
ciclo=     11 error=  1.310063169057685E-012      estoy acelerando
el numero de ciclos fue      11
Iniciando Visualizaci3n
    
```

Los resultados gráficos que se presentarán se muestran en la Figura B.2.



**Figura B.3** Resultados gráficos del programa de aproximación directa

## APÉNDICE C

### INCORPORACIÓN DE FUNCIÓN $s(t)$ EN DISPOSITIVOS DE CONMUTACIÓN

A continuación se describe la manera en que se lleva a cabo la simulación de los dispositivos de electrónica de potencia en el *TCR*, *TSC*, *SVS* y *DVR*, incorporando la función de conmutación  $s(t)$ .

#### C.1 Simulación de los dispositivos *TCR* y *TSC*

Para los dispositivos *TCR* y *TSC*, la representación de la operación de los tiristores se ilustra mediante la Figura C.1. Esta figura describe como los tiristores son reemplazados con un control de conmutación unidireccional controlado con el ángulo de disparo  $\alpha$ . El ángulo  $\alpha$  tiene como referencia un voltaje que puede ser el voltaje de la fuente ( $v_{ref}$ ) y este ángulo determina el inicio de la conducción. La propiedad de unidireccional representada mediante un diodo en la Figura C.1., se obtiene mediante el monitoreo de la extinción de la corriente a través del tiristor (ver Figura C.3), con el fin de abrir el tiristor cuando desaparezca la corriente. El proceso de sensado es realizado internamente en los programas de simulación que se encuentran en el Apéndice B, introduciendo un 1 para la señal de compuerta, cuando alguno de los tiristores se encuentre conduciendo y un 0 cuando ninguno de los dos tiristores se encuentre conduciendo. En la Figura C.2, se presenta el diagrama de flujo para la operación del *TCR*. En la Figura C.3, se puede observar la operación de los tiristores en el dominio del tiempo para el *TCR*, con un ángulo  $\alpha=130^\circ$ .

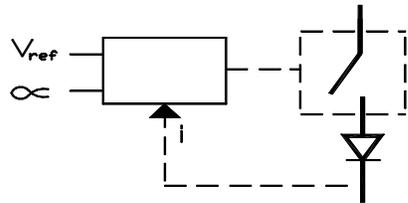
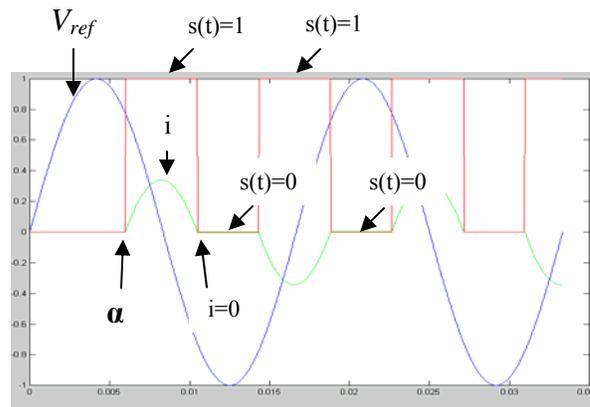


Figura C.1 Simulación del tiristor



- Corriente  $i$
- Función de conmutación  $s(t)$
- Voltaje de referencia  $v_{ref}$

Figura C.3 Simulación en el tiempo de la operación de los tiristores bidireccionales

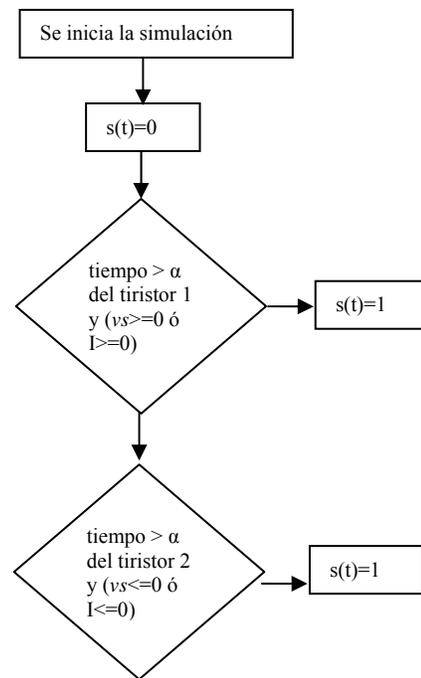


Figura C.2 Diagrama de flujo de la función de conmutación

## C.2 Simulación del dispositivo DVR

El dispositivo *DVR* de esta tesis contiene un inversor, la función del inversor es cambiar el voltaje de entrada de *cd* a un voltaje de salida en *ca*, con la magnitud y frecuencia deseadas. En esta tesis se considera que el voltaje en *cd* es fijo y se obtiene un voltaje de salida variable, el cual se obtiene variando la ganancia del inversor; esto se logra controlando la modulación del ancho del pulso (*PWM*). La técnica de control de modulación de ancho de pulso utilizado en esta tesis, es conocida como *modulación uniforme de ancho de pulso* y es creada mediante una señal portadora y una señal de referencia como se muestra en la Figura C.4, la cual utiliza varios pulsos en cada medio ciclo del voltaje de salida. En esta tesis se utilizaron siete pulsos en cada medio ciclo, según se observa en la Figura C.5. La señal de excitación se genera internamente en los programa FB, DN y AD, respectivamente.

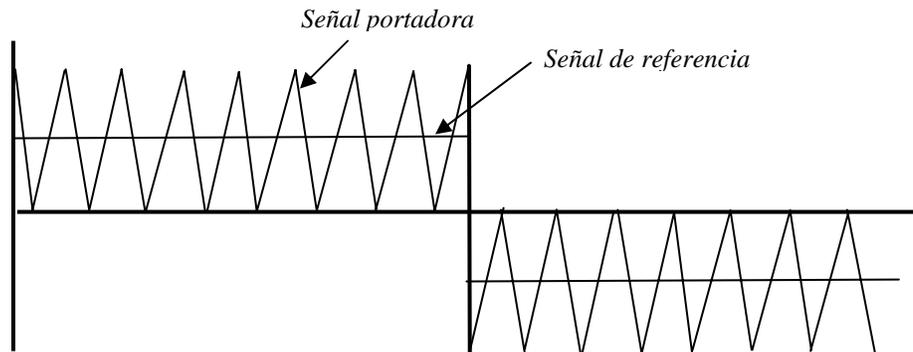


Figura C.4 Generación de la señal de excitación

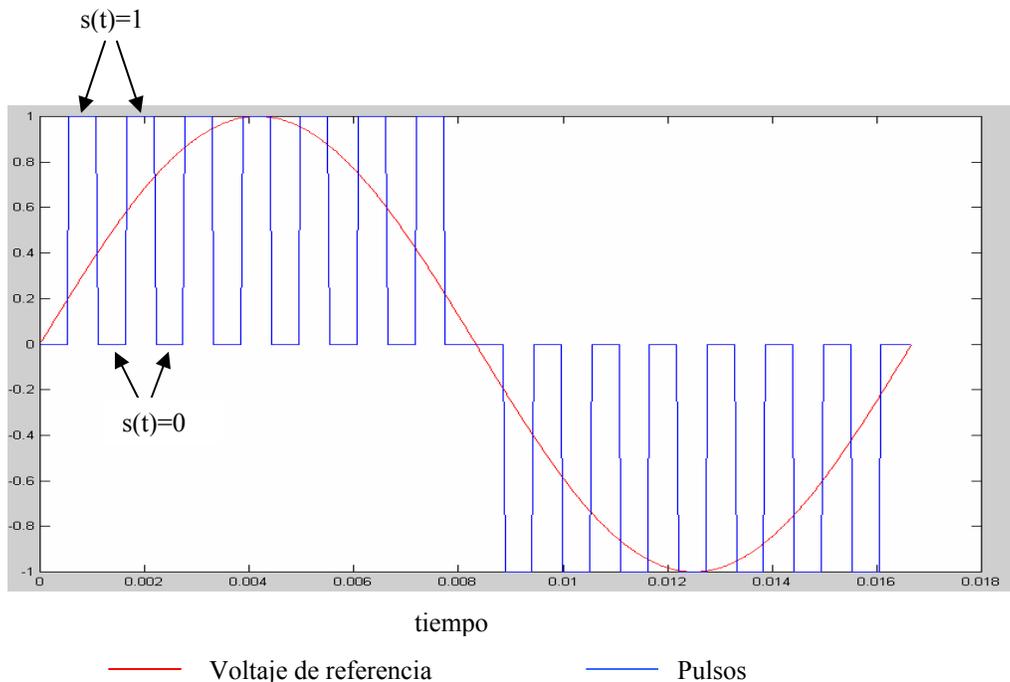


Figura C.5 Modulación del ancho del pulso

## APÉNDICE D

### MÉTODOS CONVENCIONALES DE INTEGRACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

A continuación se presentan mediante diagramas de flujo los procedimientos de los métodos convencionales Runge-Kutta de Cuarto Orden, método de la regla trapezoidal y del método de Euler modificado.

#### D.1 Diagrama de flujo del procedimiento del método Runge-Kutta de Cuarto Orden

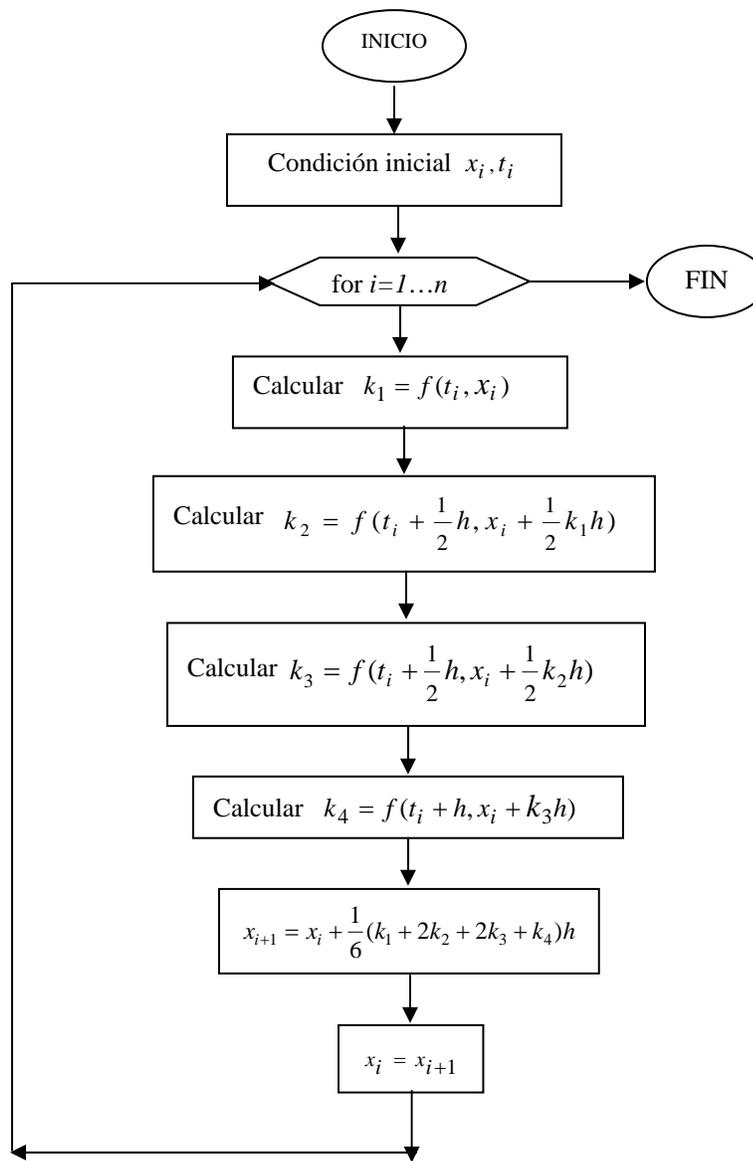


Figura D.1 Método de Runge Kutta de Cuarto Orden

## D.2 Diagrama de flujo del procedimiento del método de la regla trapezoidal

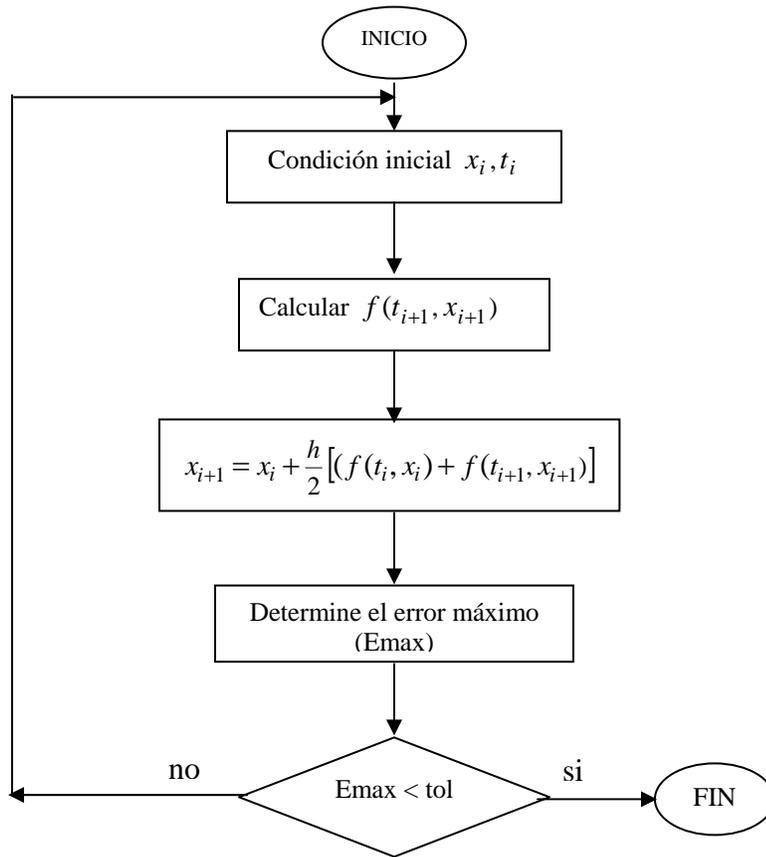
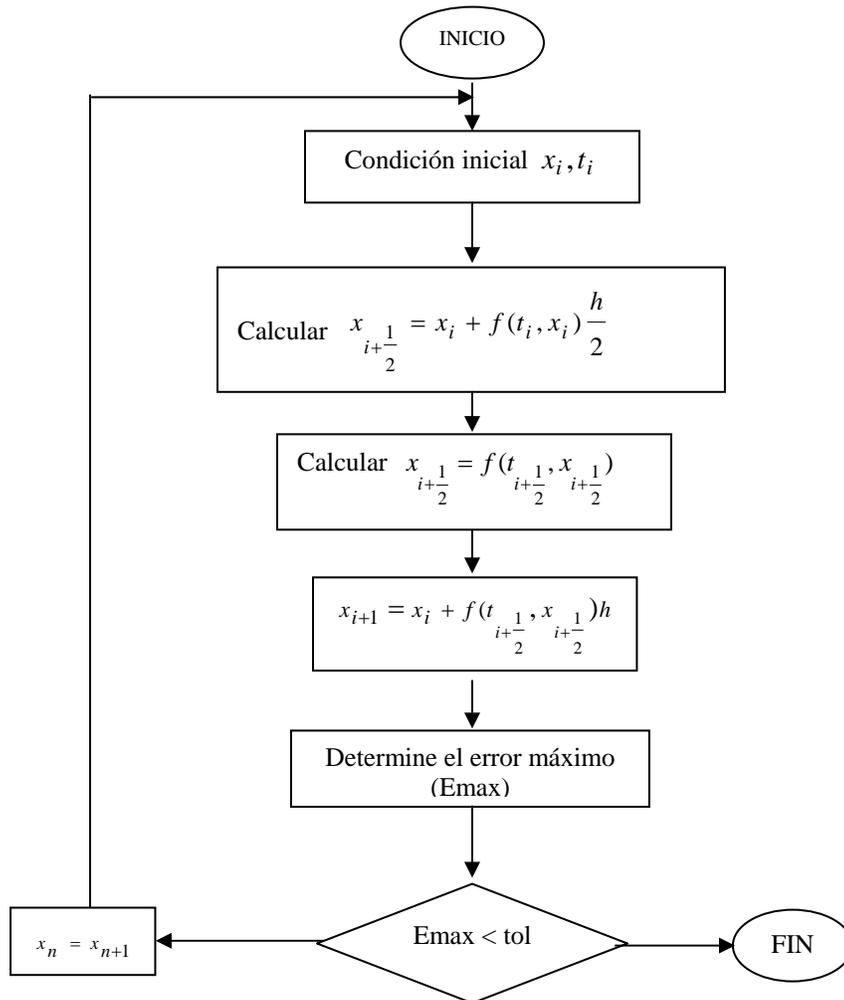


Figura D.2 Método de Regla Trapezoidal

**D.3 Diagrama de flujo del procedimiento del método de Euler modificado****Figura D.3** Método de Euler modificado